

Trigonometria

7



SABER

- Raons trigonomètriques d'un angle. Relacions
- Relacions trigonomètriques d'angles complementaris, suplementaris, oposats i negatius
- Resolució de triangles rectangles

SABER FER

- Calcular les raons trigonomètriques d'un angle coneixent-ne una
- Reduir angles al primer quadrant
- Resoldre problemes per mitjà de la trigonometria



INTERPRETA LA IMATGE

El far

Els fars són torres altes situades a la costa que emeten una llum potent perquè els navegants es puguin orientar de nit.

- T'has estirat a la platja i aixecant la vista 30° pots veure el punt més alt d'un far de 50 m d'altura. A quina distància del far et trobes?



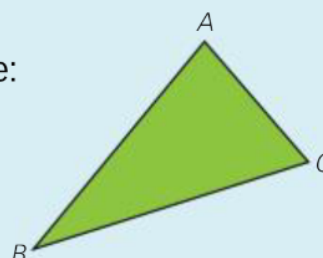
CLAUS PER COMENÇAR

Relacions mètriques en els triangles

Relacions entre els costats

Donat un triangle ABC , sempre es compleix que:

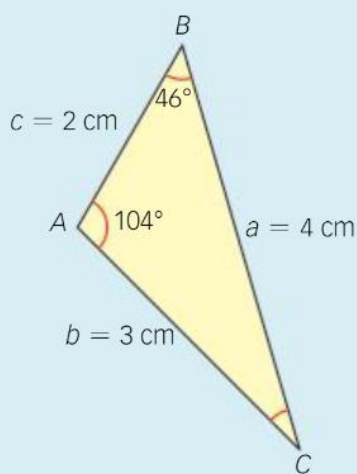
- El costat gran és més petit que la suma dels altres costats.
- El costat petit és més gran que la diferència dels altres costats.



Relacions entre els angles

La suma dels tres angles d'un triangle és igual a 180° .

EXEMPLE



- El costat gran és més petit que la suma dels altres costats:
 $4 \text{ cm} < 3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \rightarrow a < b + c$
- El costat petit és més gran que la diferència dels altres costats:
 $2 \text{ cm} > 4 \text{ cm} - 3 \text{ cm} \rightarrow c > a - b$
- L'angle \widehat{C} fa:
$$\widehat{C} = 180^\circ - 104^\circ - 46^\circ = 30^\circ$$
$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

ACTIVITATS

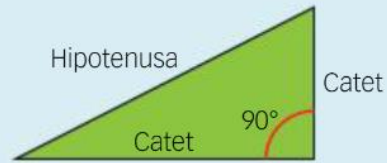
- 1** Indica quines d'aquestes ternes de longituds corresponen als costats d'un triangle:

a) 3 cm, 4 cm i 5 cm

b) 5 cm, 15 cm i 30 cm

Triangles rectangles

Un triangle rectangle és un triangle amb un angle recte. Els altres dos angles són aguts i es compleix que: $\alpha + \beta = 90^\circ$.

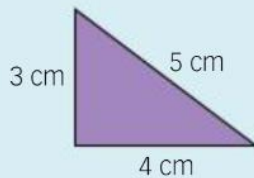


Els costats que formen l'angle recte s'anomenen *catets* i el costat oposat és la hipotenusa.

El teorema de Pitàgores estableix la relació entre els costats:

$$(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{Catet 1})^2 + (\text{Catet 2})^2$$

EXEMPLE



$$5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 9 + 16$$

Es compleix el teorema de Pitàgores; per tant, és un triangle rectangle.

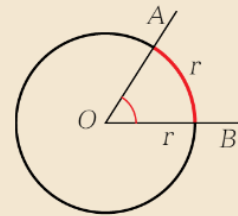
1

Mesures d'un angle

Fins ara hem utilitzat el sistema sexagesimal per mesurar amplituds d'angles. La unitat de mesura d'angles en el sistema sexagesimal és el **grau**, que s'expressa mitjançant el símbol $^{\circ}$, i els submúltiples són el **minut** i el **segon**.

En el sistema internacional, la unitat utilitzada per mesurar angles és el **radian**.

S'anomena **radian** l'amplitud de l'angle central d'una circumferència d'arc igual al radi. L'abreviatura és *rad*.



Com que la longitud de la circumferència de radi r és $2\pi r$, l'angle que abasta la circumferència completa fa $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ rad.

Així doncs, si l'amplitud de la circumferència completa és 2π rad, que equival a 360° , tenim que $1 \text{ radian} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} = 57^{\circ} 17' 45''$.

1.1. Equivalència entre graus i radians

Sabem que l'angle que abasta la circumferència completa fa 360° o, dit d'una altra manera, 2π rad. Per transformar graus en radians, o viceversa, utilitzem una regla de tres.

EXEMPLES

1. Expressa 60° en radians.

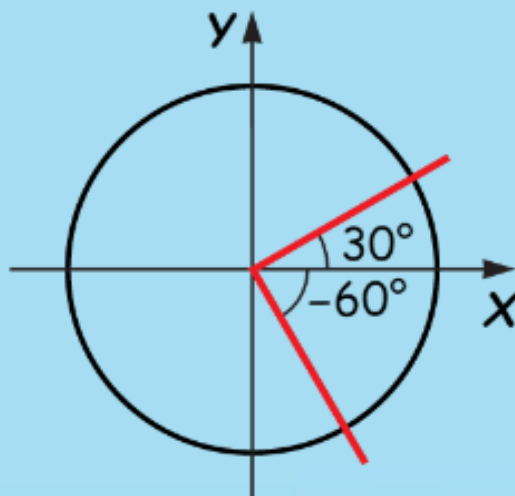
$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } 360^\circ \xrightarrow{\text{Són}} 2\pi \text{ rad} \\ 60^\circ \xrightarrow{\text{Seran}} x \text{ rad} \end{array} \right\} \rightarrow x = 60 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

2. Expressa $\frac{2\pi}{3}$ rad en graus.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } 360^\circ \xrightarrow{\text{Són}} 2\pi \text{ rad} \\ x \xrightarrow{\text{Seran}} \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{\frac{2\pi}{3} \cdot 360}{2\pi} = 120^\circ$$

Quan mesurem angles sobre una circumferència, considerem com a sentit positiu el sentit contrari a les busques del rellotge.

Si mesurem en sentit invers, diem que és un angle negatiu.



Deures - Exercicis:

Ex 1,2,3 (pàg. 136)

1 PRACTICA. Expressa en radians aquests angles.

- a) 180° b) 540° c) 900° d) 1.080° e) 1.440°

2 APLICA. Expressa en graus sexagesimals.

- a) 7π rad b) $\frac{\pi}{6}$ rad c) $\frac{3\pi}{4}$ rad

3 REFLEXIONA. Expressa tant en graus sexagesimals com en radians les parts següents d'una circumferència.

- a) Una quarta part c) Una sisena part
b) Tres quartes parts d) Una tercera part

1. Pàgina 136

- a) $x = 180 \cdot \frac{2\pi}{360} = \pi$ rad c) $x = 900 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{5}{2} \cdot 2\pi = 5\pi$ rad e) $x = 1.440 \cdot \frac{2\pi}{360} = 4 \cdot 2\pi = 8\pi$ rad
b) $x = 540 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{3}{2} \cdot 2\pi = 3\pi$ rad d) $x = 1.080 \cdot \frac{2\pi}{360} = 3 \cdot 2\pi = 6\pi$ rad

2. Pàgina 136

- a) $x = 7\pi \cdot \frac{360}{2\pi} = 1.260^\circ$ b) $x = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{360}{2\pi} = 30^\circ$ c) $x = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{360}{2\pi} = 135^\circ$

3. Pàgina 136

- a) $\frac{\pi}{2}$ rad 90° b) $\frac{3\pi}{2}$ rad 270° c) $\frac{\pi}{3}$ rad 60° d) $\frac{2\pi}{3}$ rad 120°