

## 4

### Raons trigonomètriques de 30°, 45° i 60°

Les raons trigonomètriques d'un angle de 45° són:

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

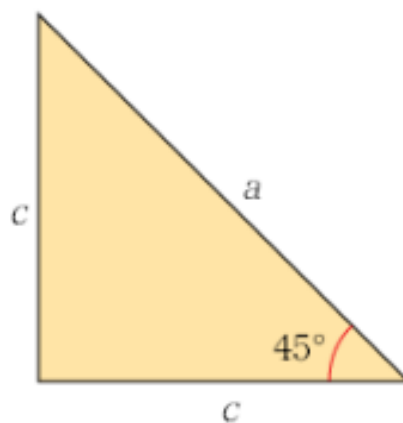
Per calcular les raons trigonomètriques d'un angle de 45° utilitzem un triangle rectangle isòsceles de costat  $c$ .

Pel teorema de Pitàgores:  $a = \sqrt{c^2 + c^2} = \sqrt{2} \cdot c$

Així doncs, les raons trigonomètriques de 45° són:

$$\sin 45^\circ = \frac{\cancel{c}}{\sqrt{2} \cdot \cancel{c}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\cancel{c}}{\sqrt{2} \cdot \cancel{c}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Les raons trigonomètriques dels angles de  $30^\circ$  i de  $60^\circ$  són:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

Per calcular aquestes raons trigonomètriques utilitzem un triangle equilàter de costat  $c$ , ja que tots els angles són de  $60^\circ$ .

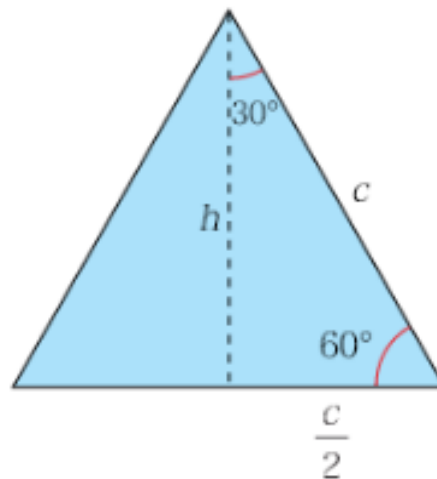
Pel teorema de Pitàgores: 
$$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c$$

Així doncs, les raons trigonomètriques de  $30^\circ$  i de  $60^\circ$  són:

$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2} \quad \sin 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cancel{c}}{\cancel{c}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cancel{c}}{\cancel{c}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \sqrt{3}$$



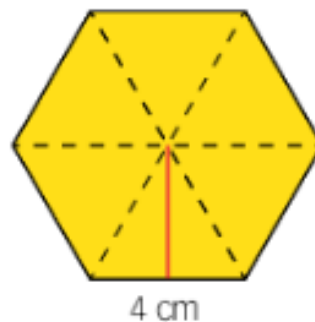
	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

**Deures - Exercicis:**

Ex 61,62,63,64 (pàg. 149)

## Raons trigonomètriques de $30^\circ$ , $45^\circ$ i $60^\circ$

- 61** Si el catet contigu a un angle d'un triangle rectangle  
... fa 6 cm i l'angle corresponent és de  $60^\circ$ , quant  
mesuren els altres costats del triangle?
- 62** Sabent que un angle d'un triangle rectangle és de  $45^\circ$   
... i el catet oposat fa 12 cm, calcula els altres costats  
del triangle.
- 63** La hipotenusa d'un triangle rectangle fa 30 cm  
... de longitud i un dels angles és de  $30^\circ$ . Troba els altres  
costats del triangle.
- 64** Sabent que un hexàgon regular es pot dividir  
... en 6 triangles equilàters i que el costat del polígon  
és de 4 cm de longitud, calcula l'apotema i l'àrea  
del polígon.



### 61. Pàgina 149

$$\cos 60^\circ = \frac{6}{h} = \frac{1}{2} = \frac{6}{h} \cdot h = 12 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{x}{6} = \sqrt{3} = \frac{x}{6} \cdot x = 6\sqrt{3} = 10,4 \text{ cm}$$

Els altres costats fan 12 cm i 10,4 cm.

### 62. Pàgina 149

$$\sin 45^\circ = \frac{12}{h} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{12}{h} \rightarrow h = 12\sqrt{2} = 16,97 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{12}{x} = 1 = \frac{12}{x} \cdot x = 12 \text{ cm}$$

Els altres costats fan 12 cm i 16,97 cm.

### 63. Pàgina 149

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{30} = \frac{1}{2} = \frac{x}{30} \cdot x = 15 \text{ cm}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{y}{30} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{30} \cdot y = 15\sqrt{3} = 25,98 \text{ cm}$$

Els altres costats fan 15 cm i 25,98 cm.

**64. Pàgina 149**

$$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3,46 \text{ cm}$$

$$P = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$$

$$\text{Àrea} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{24 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} = 41,57 \text{ cm}^2$$

L'apotema del polígon fa 3,46 cm i l'àrea és 41,57 cm<sup>2</sup>.