

7

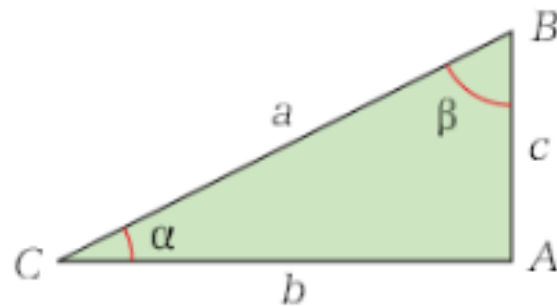
Relacions entre les raons trigonomètriques de certs angles

7.1. Raons trigonomètriques suplementàries i oposades

Dos angles, α i β , són **complementaris** quan $\alpha + \beta = 90^\circ$. Per calcular-ne les raons trigonomètriques utilitzem les mides dels costats del triangle rectangle d'angles α i $\beta = 90^\circ - \alpha$.

Si β és l'**angle complementari** de α , és a dir, $\beta = 90^\circ - \alpha$:

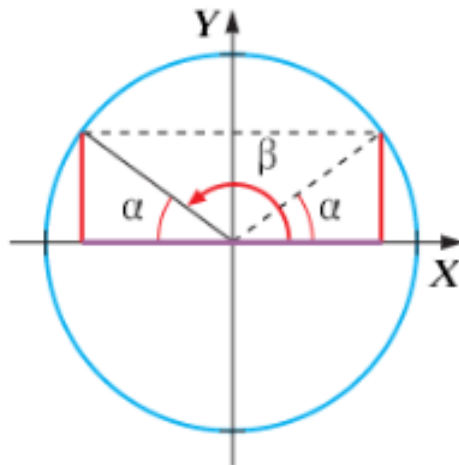
$$\cos \beta = \frac{c}{a} = \sin \alpha \quad \sin \beta = \frac{b}{a} = \cos \alpha \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{c} = \frac{1}{\frac{c}{b}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$



Dos angles, α i β , són **suplementaris** quan $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Si β és l'**angle suplementari** de α , és a dir, $\beta = 180^\circ - \alpha$:

$$\sin \beta = \sin \alpha \quad \cos \beta = -\cos \alpha \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha$$

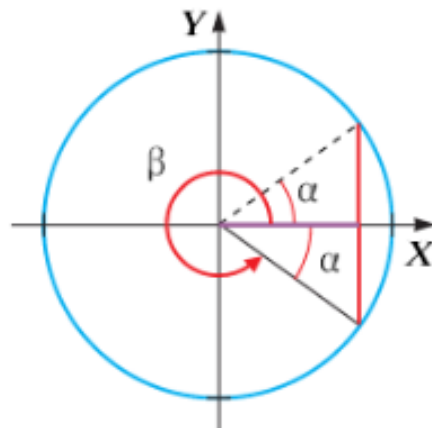


Angles suplementaris

Dos angles, α i β , són **oposats** quan $\alpha + \beta = 360^\circ$.

Si β és l'**angle oposat** de α , és a dir, $\beta = 360^\circ - \alpha$:

$$\sin \beta = -\sin \alpha \quad \cos \beta = \cos \alpha \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha$$



Angles oposats

EXEMPLE

6. Calcula el sinus i el cosinus de 50° i 140° sabent que:

$$\sin 40^\circ = 0,64 \quad \cos 40^\circ = 0,77$$

$50^\circ = 90^\circ - 40^\circ \rightarrow$ Són angles complementaris.

$$\sin 50^\circ = \cos 40^\circ = 0,77 \quad \cos 50^\circ = \sin 40^\circ = 0,64$$

$140^\circ = 180^\circ - 40^\circ \rightarrow$ Són angles suplementaris.

$$\sin 140^\circ = \sin 40^\circ = 0,64 \quad \cos 140^\circ = -\cos 40^\circ = -0,77$$

Deures - Exercicis:

Ex 21,22,23 (pàg. 142)

26 PRACTICA. Utilitza la calculadora per trobar les raons trigonomètriques de 35° , i a partir d'aquí calcula aquestes raons trigonomètriques:

- Del seu angle complementari
- Del seu angle suplementari
- Del seu angle oposat

27 APLICA. Calcula les raons trigonomètriques de 65° , 155° i 335° sabent que:

$$\sin 25^\circ = 0,42 \quad \cos 25^\circ = 0,91 \quad \text{tg } 25^\circ = 0,47$$

28 REFLEXIONA. En un triangle rectangle, el sinus d'un dels angles és 0,9848. Calcula les raons trigonomètriques de l'altre angle agut.

26. Pàgina 144

$$\sin 35^\circ = 0,57 \quad \cos 35^\circ = 0,82 \quad \operatorname{tg} 35^\circ = 0,70$$

a) $\sin 90^\circ - 35^\circ = \cos 35^\circ = 0,82$

$$\cos 90^\circ - 35^\circ = \sin 35^\circ = 0,57$$

$$\operatorname{tg} 90^\circ - 35^\circ = \frac{0,82}{0,57} = 1,44$$

b) $\sin 180^\circ - 35^\circ = \sin 35^\circ = 0,57$

$$\cos 180^\circ - 35^\circ = -\cos 35^\circ = -0,82$$

$$\operatorname{tg} 180^\circ - 35^\circ = -\operatorname{tg} 35^\circ = -0,70$$

c) $\sin -35^\circ = -\sin 35^\circ = -0,57$

$$\cos -35^\circ = \cos 35^\circ = 0,82$$

$$\operatorname{tg} -35^\circ = -\operatorname{tg} 35^\circ = -0,70$$

27. Pàgina 144

$$a) \quad 65^\circ = 90^\circ - 25^\circ \rightarrow \begin{cases} \sin 65^\circ = \cos 25^\circ = 0,91 \\ \cos 65^\circ = \sin 25^\circ = 0,42 \\ \operatorname{tg} 65^\circ = \frac{0,91}{0,42} = 2,17 \end{cases}$$

$$b) \quad 155^\circ = 180^\circ - 25^\circ \rightarrow \begin{cases} \sin 155^\circ = \sin 25^\circ = 0,42 \\ \cos 155^\circ = -\cos 25^\circ = -0,91 \\ \operatorname{tg} 155^\circ = -\operatorname{tg} 25^\circ = -0,47 \end{cases}$$

$$c) \quad 335^\circ = 360^\circ - 25^\circ \rightarrow \begin{cases} \sin 335^\circ = -\sin 25^\circ = -0,42 \\ \cos 335^\circ = \cos 25^\circ = 0,91 \\ \operatorname{tg} 335^\circ = -\operatorname{tg} 25^\circ = -0,47 \end{cases}$$

28. Pàgina 144

Considerem β l'altre angle: $\alpha + \beta = 90^\circ = 180^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha \rightarrow \begin{cases} \sin \beta = \cos \alpha \\ \cos \beta = \sin \alpha \end{cases}$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - 0,9848^2 = \cos^2 \beta = 0,0302 \rightarrow \cos \beta = 0,1738$$

$$\sin \beta = 0,1738$$

$$\cos \alpha = 0,9848$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{0,1738}{0,9848} = 0,1765$$

7.2. Raons trigonomètriques d'angles més grans de 360°

Per calcular les raons trigonomètriques d'un angle més gran de 360°, fem la divisió entera de l'angle entre 360° i calculem les raons trigonomètriques del residu de la divisió.

Les raons trigonomètriques d'un angle més gran de 360° coincideixen amb les del residu de la seva divisió entera entre 360.

EXEMPLE

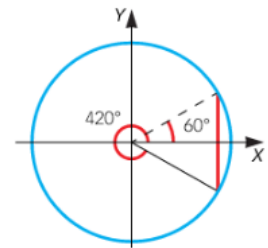
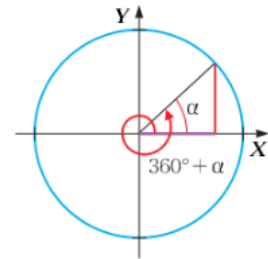
7. Calcula les raons trigonomètriques de l'angle 420°.

Dividim l'angle entre 360° i ens quedem el residu.

$$\begin{array}{r} 420^\circ \overline{) 360} \\ 60 \quad 1 \quad \rightarrow 1 \text{ volta i sobren } 60^\circ. \end{array}$$

$$\sin 420^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 420^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 420^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$



7.3. Raons trigonomètriques d'angles negatius

Per calcular les raons trigonomètriques d'un angle negatiu, fem la divisió entera de l'angle amb signe positiu entre 360° i ens quedem el residu. Després, restem de 360° l'angle que hem obtingut. Les raons trigonomètriques de la diferència coincideixen amb les de l'angle donat.

EXEMPLE

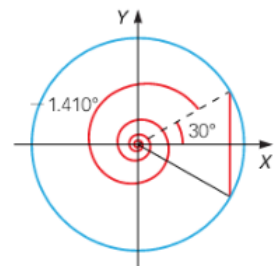
8. Calcula el sinus i el cosinus de l'angle -1.410° .

Dividim l'angle amb signe positiu entre 360° i el residu que obtenim el restem a 360°.

$$\begin{array}{r} 1.410^\circ \overline{) 360} \\ 330 \quad 3 \quad \rightarrow 3 \text{ voltes en sentit horari i sobren } 330^\circ. \end{array}$$

$$360^\circ - 330^\circ = 30^\circ$$

$$\sin -1.410^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos -1.410^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Deures - Exercicis:

Ex 29, 30 (pàg. 145)

29 PRACTICA. Relaciona aquests angles amb un angle entre 0° i 360° i troba'n les raons trigonomètriques.

a) 390° b) 480° c) 585° d) 405° e) 690°

30 APLICA. Calcula les raons trigonomètriques.

a) -1.125° b) -1.060°

29. Pàgina 145

$$\text{a) } \begin{array}{r|l} 390 & 360 \\ \hline 30 & 1 \end{array}$$

$$\sin 390^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 390^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 390^\circ = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{b) } \begin{array}{r|l} 480 & 360 \\ \hline 120 & 1 \end{array}$$

$$\sin 480^\circ = \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 480^\circ = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 480^\circ = \operatorname{tg} 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\text{c) } \begin{array}{r|l} 585 & 360 \\ \hline 225 & 1 \end{array}$$

$$\sin 585^\circ = \sin 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 585^\circ = \cos 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 585^\circ = \operatorname{tg} 225^\circ = 1$$

$$\text{d) } \begin{array}{r|l} 405 & 360 \\ \hline 45 & 1 \end{array}$$

$$\sin 405^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 405^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 405^\circ = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$\text{e) } \begin{array}{r|l} 690 & 360 \\ \hline 330 & 1 \end{array}$$

$$\sin 690^\circ = \sin 330^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 690^\circ = \cos 330^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 690^\circ = \operatorname{tg} 330^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

30. Pàgina 145

$$\text{a) } \begin{array}{r|l} 1.125 & 360 \\ \hline 45 & 3 \end{array}$$

$$360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$$

$$\sin -1.125^\circ = \sin 315^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos -1.125^\circ = \cos 315^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} -1.125^\circ = \operatorname{tg} 315^\circ = -1$$

$$\text{b) } \begin{array}{r|l} 1.060 & 360 \\ \hline 340 & 2 \end{array}$$

$$360^\circ - 340^\circ = 20^\circ$$

$$\sin -1.060^\circ = \sin 20^\circ = 0,34$$

$$\cos -1.060^\circ = \cos 20^\circ = 0,94$$

$$\operatorname{tg} -1.060^\circ = \operatorname{tg} 20^\circ = 0,36$$