

8

Resolució de triangles rectangles

Resoldre un triangle és calcular la longitud de tots els costats i l'amplitud de tots els angles a partir d'altres elements coneguts.

Per resoldre un triangle rectangle amb **dos costats coneguts**:

- Calculem el costat desconegut per mitjà del teorema de Pitàgores.
- Per calcular un dels angles aguts, utilitzem la raó trigonomètrica que relaciona els dos costats coneguts.

Per resoldre un triangle rectangle amb **un costat i un angle agut coneguts**:

- Calculem l'altre angle tenint en compte que els tres angles han de sumar 180° .
- Per calcular els costats desconeguts utilitzem les raons trigonomètriques que relacionen el costat i l'angle coneguts.

EXEMPLE

9. Resol els triangles rectangles.

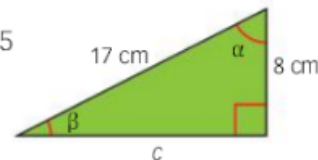
a) Calculem el tercer costat mitjançant

$$\text{el teorema de Pitàgores: } c = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

Amb una de les raons trigonomètriques trobem un dels dos angles aguts.

$$\cos \alpha = \frac{8}{17} \rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) = 61^\circ 55' 39''$$

$$90^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 61^\circ 55' 39''} \beta = 28^\circ 4' 21''$$



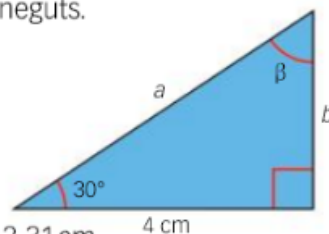
b) Calculem el tercer angle a partir dels dos coneguts.

$$90^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 30^\circ} \beta = 60^\circ$$

Troblem els costats per mitjà de les raons trigonomètriques de l'angle donat.

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{b}{4} \rightarrow b = 4 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2,31 \text{ cm}$$

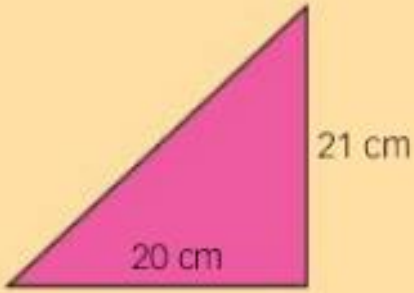
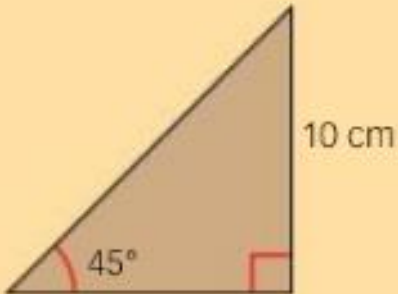
$$\cos 30^\circ = \frac{4}{a} \rightarrow a = \frac{4}{\cos 30^\circ} = \frac{4}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 4,62 \text{ cm}$$



Deures - Exercicis:

Ex 32,33,34 (pàg. 146)

32 PRACTICA. Resol els triangles rectangles.

a)  b) 

33 APLICA. Resol un triangle rectangle sabent que els catets fan 7 cm i 10 cm.

34 REFLEXIONA. En un triangle rectangle, un angle agut és de 30° i el seu catet contigu és de 5 cm. Resol el triangle.

32. Pàgina 146

a) $h = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29$ — La hipotenusa fa 29 cm

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{20}{21} = 0,95 \rightarrow \alpha = 43,6^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{21}{20} = 1,05 \rightarrow \beta = 46,4^\circ$$

Els angles fan 90° , $43,6^\circ$ i $46,4^\circ$

b) $\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{10}{c} \rightarrow c = 10$ → L'altre catet fa 10 cm

És un triangle rectangle isòsceles, per tant els angles iguals fan 45° .

$$h = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \rightarrow \text{La hipotenusa fa } 14,1 \text{ cm}$$

33. Pàgina 146

$$h = \sqrt{7^2 - 10^2} = 12,2 \rightarrow \text{La hipotenusa fa 12,2 cm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{10} = 0,7 \rightarrow \alpha = 35^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{10}{7} = 1,43 \rightarrow \beta = 55^\circ$$

Els angles fan 90° , 35° i 55°

34. Pàgina 146

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{c}{5} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{c}{5} \rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{3} \rightarrow \text{L'altre catet fa 2,89 cm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{\frac{5\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = 60^\circ \rightarrow \text{L'altre angle agut fa } 60^\circ$$

$$h = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 5^2} = \frac{10\sqrt{3}}{3} = 5,77 \text{ cm} \rightarrow \text{La hipotenusa fa 5,77 cm.}$$

Resoldre problemes per mitjà de trigonometria

Passos que cal seguir

1. Identifiquem triangles rectangles que relacionin les mides que coneixem i les que busquem.

2. Calculem les dades conegudes a partir de les raons trigonomètriques que relacionen les mesures que coneixem i el teorema de Pitàgores.

Abans de resoldre un problema, convé que representis la situació mitjançant un figura geomètrica.

Deures - Exercicis:

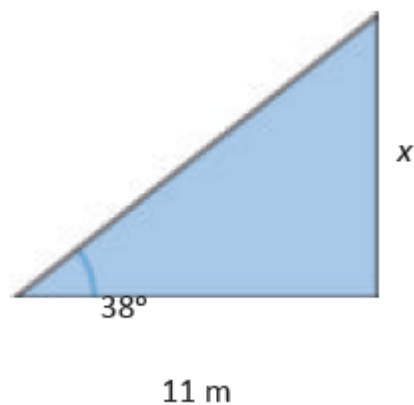
Ex 37,38 (pàg. 147)

- 37** En Fermí llança un penal en un partit de futbol; xuta recte amb un angle d'inclinació de 38° davant d'una porteria que fa 2,44 m d'altura. Si el punt de penal es troba a 11 m de la porteria, aconseguirà que la pilota hi entri?
- 38** Determina a quina altura està situada la finestra de l'Helena si quan hi treu el cap veu el focus d'un fanal que es troba a 7 m de distància, en línia recta, i la basa la veu quan abaixa la mirada 45° .

37. Pàgina 147

$$\operatorname{tg} 38^\circ = \frac{x}{11} \quad 0,78 = \frac{x}{11} \quad x = 8,59$$

La pilota arriba a la porteria amb una altura de 8,59 m sobre el terra.
Com que la porteria fa 2,44 m d'altura, la pilota no hi entrarà.

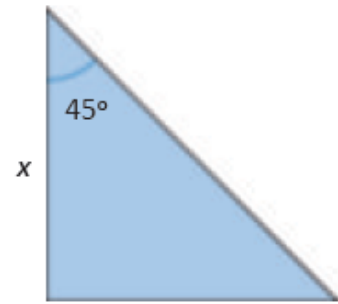


38. Pàgina 147

$$90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{7}{x} \quad 1 = \frac{7}{x} \cdot x = 7$$

La finestra és a 7 m d'altura.



7 m