3 Equació vectorial de la recta

Una recta queda definida per dos punts, A i B. Per determinar-la, fixem un dels punts, A, i el traslladem per qualsevol vector proporcional a $\overrightarrow{AB}$.

La manera d'expressar una recta per mitjà de la translació d'un punt per un vector és l'**equació vectorial** de la recta:

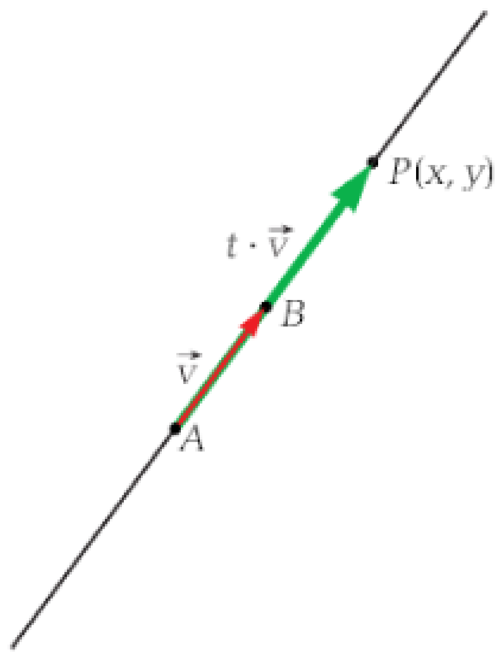
$P = A + t \cdot \vec{v}$, en què t és un nombre real.

Si $A(a, b)$ és un punt de la recta, $\vec{v} = (v_1, v_2)$ és un vector de la recta i t és un nombre real, qualsevol punt $P(x, y)$ de la recta es pot obtenir amb l'equació vectorial d'aquesta manera:

$$(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2)$$

El vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$ s'anomena **vector director** de la recta.

Els punts de la recta s'obtenen donant valors a t; així, per a cada valor de t obtenim un punt que pertany a la recta.



EXEMPLE

6. Calcula l'equació vectorial de la recta que passa pels punts $A(-1, 2)$ i $B(0, 5)$ i troba tres punts d'aquesta recta.

El vector director de la recta serà: $\overrightarrow{AB} = (0 - (-1), 5 - 2) = (1, 3)$.

Per escriure l'equació de la recta podem escollir qualsevol punt de la recta, com, per exemple, el punt $A(-1, 2)$. Així, l'equació vectorial de la recta que passa per A i B és:

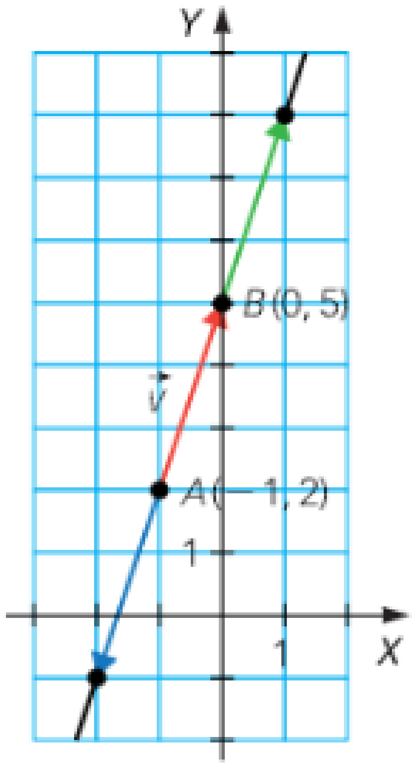
$$(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2) \xrightarrow{A = (-1, 2),\ \vec{v} = (1, 3)} (x, y) = (-1, 2) + t \cdot (1, 3)$$

Si donem valors a t obtenim els punts de la recta.

Si $t = 1 \rightarrow (x, y) = (-1, 2) + 1 \cdot (1, 3) = (-1 + 1, 2 + 3) = (0, 5)$

Si $t = -1 \rightarrow (x, y) = (-1, 2) + (-1) \cdot (1, 3) = (-1 - 1, 2 - 3) = (-2, -1)$

Si $t = 2 \rightarrow (x, y) = (-1, 2) + 2 \cdot (1, 3) = (-1 + 2, 2 + 6) = (1, 8)$



Deures - Exercicis:
Ex 13,14,15 (pàg. 162)

13 **PRACTICA.** Determina tres punts d'aquestes rectes en forma vectorial.

a) $(x, y) = (1, 2) + t \cdot (4, -1)$

b) $(x, y) = (2, 0) + t \cdot (3, 5)$

c) $(x, y) = (0, 4) + t \cdot (-3, 2)$

d) $(x, y) = (-3, 6) + t \cdot (2, -4)$

e) $(x, y) = (0, -2) + t \cdot (-1, 5)$

f) $(x, y) = (-1, 3) + t \cdot (6, -1))$

Resposta oberta, provar per: t=1 , t= -1, t=2

14 **APLICA.** Troba l'equació vectorial de la recta que passa per aquests punts i que té els vectors directors que s'indiquen.

a) $A(4, 4)$ i $\vec{v} = (2, 2)$

b) $A(5, -3)$ i $\vec{v} = (-1, 1)$

c) $A(2, 3)$ i $\vec{v} = (4, 5)$

d) $A(-1, 3)$ i $\vec{v} = (1, 5)$

15 **REFLEXIONA.** Determina l'equació vectorial de la recta amb el vector director paral·lel al vector director de la recta $(x, y) = (0, 2) + t \cdot (3, 1)$, i que passa pel punt $(-1, 5)$.

13. Página 162

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) Si $t = 1 \to (x, y) = (1, 2) + (4, -1) = (5, 1)$

Si $t = -1 \to (x, y) = (1, 2) + (-1) \cdot (4, -1) = (-3, 3)$

Si $t = 2 \to (x, y) = (1, 2) + 2 \cdot (4, -1) = (9, 0)$

b) Si $t = 1 \to (x, y) = (2, 0) + (3, 5) = (5, 5)$

Si $t = -1 \to (x, y) = (2, 0) + (-1) \cdot (3, 5) = (-1, -5)$

Si $t = 2 \to (x, y) = (2, 0) + 2 \cdot (3, 5) = (8, 10)$

c) Si $t = 1 \to (x, y) = (0, 4) + (-3, 2) = (-3, 6)$

Si $t = -1 \to (x, y) = (0, 4) + (-1) \cdot (-3, 2) = (3, 2)$

Si $t = 2 \to (x, y) = (0, 4) + 2 \cdot (-3, 2) = (-6, 8)$

d) Si $t = 1 \to (x, y) = (-3, 6) + (2, -4) = (-1, 2)$

Si $t = -1 \to (x, y) = (-3, 6) + (-1) \cdot (2, -4) = (-5, 10)$

Si $t = 2 \to (x, y) = (-3, 6) + 2 \cdot (2, -4) = (1, -2)$

e) Si $t = 1 \to (x, y) = (0, -2) + (-1, 5) = (-1, 3)$

Si $t = -1 \to (x, y) = (0, -2) + (-1) \cdot (-1, 5) = (1, -7)$

Si $t = 2 \to (x, y) = (0, -2) + 2 \cdot (-1, 5) = (-2, 8)$

f) Si $t = 1 \to (x, y) = (-1, 3) + (6, -1) = (5, 2)$

Si $t = -1 \to (x, y) = (-1, 3) + (-1) \cdot (6, -1) = (-7, 4)$

Si $t = 2 \to (x, y) = (-1, 3) + 2 \cdot (6, -1) = (11, 1)$

14. Página 162

a) $(x,y)=(4,4)+t(2,2)$

b) $(x,y)=(5,-3)+t(-1,1)$

c) $(x,y)=(2,3)+t(4,5)$

d) $(x,y)=(-1,3)+t(1,5)$

15. Página 162

Un vector paralelo al vector director de la recta es (6, 2) $\rightarrow (x,y)=(-1,5)+t\cdot(6,2)$.