4 Equacions paramètriques de la recta

A partir de l'equació vectorial $(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2)$, si igualem coordenada a coordenada obtenim:

$$\left.\begin{aligned} x &= a + t \cdot v_1 \\ y &= b + t \cdot v_2 \end{aligned}\right\}$$

Aquestes equacions s'anomenen **equacions paramètriques** de la recta.

Per determinar les equacions paramètriques d'una recta s'ha de conèixer un punt de la recta $A(a, b)$ i un vector director $\vec{v} = (v_1, v_2)$.

Els punts de la recta s'obtenen donant valors a t. Així, per a cada valor de t obtenim un punt que pertany a la recta i substituïm el mateix valor de t a cada equació.

A les equacions de la recta, quan parlem de punts A, B… ens referim als vectors de posició $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$…, que tenen les mateixes coordenades que els punts.

EXEMPLE

7. Donada la recta r: $(x, y) = (3, 1) + t \cdot (1, 2)$:

a) Troba'n les equacions paramètriques.

Si igualem coordenada a coordenada, obtenim l'equació en forma paramètrica: $\begin{cases} x = a + t \cdot v_1 \\ y = b + t \cdot v_2 \end{cases} \xrightarrow{A(3,1),\ \vec{v} = (1,2)} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$

b) Calcula les coordenades d'un punt que pertanyi a aquesta recta.

Per trobar un punt que pertanyi a la recta, escollim un valor de t i el substituïm a les dues equacions. Per exemple, $t = 1$.

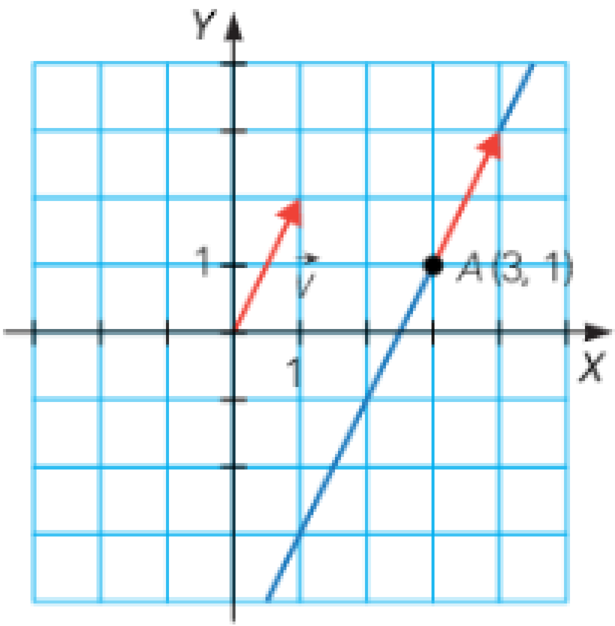
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \xrightarrow{t=1} \begin{cases} x = 3 + 1 \\ y = 1 + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow \text{(4, 3) pertany a } r.$$

c) Determina si els punts $A(0, 5)$ i $B(2, -1)$ pertanyen a la recta.

Per fer-ho, trobem el valor de t a les dues equacions. Si el valor coincideix, el punt pertany a la recta; si no, no hi pertany.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{array}\right\} \xrightarrow{A(0,5)} \left.\begin{array}{r} 0 = 3 + t \\ 5 = 1 + 2t \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow t = -3 \\ \rightarrow t = 2 \end{array} \rightarrow \text{No hi pertany.}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{array}\right\} \xrightarrow{A = (2,-1)} \left.\begin{array}{r} 2 = 3 + t \\ -1 = 1 + 2t \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow t = -1 \\ \rightarrow t = -1 \end{array} \rightarrow \text{Hi pertany.}$$



Deures - Exercicis:

Ex 16,17,18 (pàg. 163)

16 **PRACTICA.** Dóna diferents valors a t per trobar tres punts de les rectes següents. Indica el vector director en cada cas.

a) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$

Resposta oberta, provar per: t=0, t=1 , t= -1

17 **APLICA.** Troba les equacions paramètriques de les rectes que passen per aquests punts:

a) $A(8, 3)$ i $B(6, 5)$ b) $A(1, 7)$ i $B(-1, 4)$

18 **REFLEXIONA.** Escriu les equacions paramètriques d'una recta paral·lela a la recta de vector director $\vec{u} = (3, 5)$ i que passa pel punt $A(0, 2)$. Digues si hi ha només una recta que compleix aquesta condició.

16. Página 163

Los puntos son respuestas abiertas.

a) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases} \rightarrow \text{Vector director} = (1, -2)$

Puntos: $t = 0 \rightarrow (1, 3)$ $\quad t = 1 \rightarrow (2, 1)$ $\quad t = -1 \rightarrow (0, 5)$

b) $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + 2t \end{cases} \rightarrow \text{Vector director} = (3, 2)$

Puntos: $t = 0 \rightarrow (-1, 2)$ $\quad t = 1 \rightarrow (2, 4)$ $\quad t = -1 \rightarrow (-4, 0)$

c) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \end{cases} \rightarrow \text{Vector director} = (1, -2)$

Puntos: $t = 0 \rightarrow (2, 0)$ $\quad t = 1 \rightarrow (3, -2)$ $\quad t = -1 \rightarrow (1, 2)$

d) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases} \rightarrow \text{Vector director} = (3, -4)$

Puntos: $t = 0 \rightarrow (1, 5)$ $\quad t = 1 \rightarrow (4, 1)$ $\quad t = -1 \rightarrow (-2, 9)$

17. Página 163

a) $A(8, 3)$ y $B(6, 5) \rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2, 2) \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 8 - 2t \\ y = 3 + 2t \end{array}\right\}$

b) $A(1, 7)$ y $B(-1, 4) \rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2, -3) \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 1 - 2t \\ y = 7 - 3t \end{array}\right\}$

18. Página 163

$$\left.\begin{array}{l} x = 6t \\ y = 2 + 10t \end{array}\right\}$$

Sí, existe solo una recta que cumple esta condición, aunque podamos obtener infinitas expresiones para ella, ya que hay infinitos vectores paralelos a $\vec{u}$; pero la recta obtenida es la misma en todos los casos.