Generalitat de Catalunya
Departament d’Educació
Institut Marianao

DOSSIER D’ESTIU 2020

Matemàtiques 2 ESO

Continguts adaptats

5 Nombres enters

INTRODUCCIÓ

El concepte de nombre enter negatiu implica la inclusió en el sistema numèric d'uns nombres que superen el concepte de quantitat que mostraven els nombres naturals. Mitjançant exemples senzills i quotidians, s'ensenyarà a l'alumnat la necessitat d'utilitzar-los.

Cal consolidar la representació numèrica dels nombres enters, l'existència de signes que els precedeixen, l'ordre i la possibilitat de fer comparacions.

Mitjançant conceptes com *afegir*, *tenir*, *sobre*, *més que*, i altres com *reduir*, *menys que*, *deure*, les regles dels signes i l'ús dels parèntesis, farem operacions bàsiques amb nombres enters.

RESUM DE LA UNITAT

- Els *nombres enters* són els nombres naturals precedits dels signes $+$ i $-$.
- El *més gran de dos nombres enters* és el que està situat més a la dreta a la recta numèrica.
- El *valor absolut* d'un nombre enter és el nombre natural que resulta després d'eliminar-ne el signe.
- Per *sumar* dos nombres enters del mateix signe se'n sumen els valors absoluts i s'hi posa el mateix signe. Si tenen signe diferent, se'n resten els valors absoluts i s'hi posa el signe del nombre més gran.
- Per *restar* dos nombres enters se suma al primer l'oposat del segon.
- Per *multiplicar* dos nombres enters se'n multipliquen els valors absoluts. S'hi afegeix el signe $+$ si tots dos factors tenen el mateix signe, i el signe $-$ si tenen signes diferents.

OBJECTIUS	CONTINGUTS
1. Comprendre el significat dels nombres enters: positius i negatius.	• Nombres negatius i positius. • Nombres enters. • Identificació dels nombres enters en diversos contextos i situacions de la vida real.
2. Representar, ordenar i comparar nombres enters.	• Recta numèrica. Representació i comparació de nombres enters. • Valor absolut. • Oposat d'un nombre. • Representació i comparació de nombres enters a la recta numèrica. • Comparació de nombres enters a partir del seu valor absolut.
3. Fer sumes i restes amb nombres enters.	• Suma i resta de nombres enters. • Operacions combinades. • Realització d'operacions de suma i resta de nombres enters. • Ús correcte dels signes i parèntesis.
4. Fer multiplicacions i divisions amb nombres enters.	• Multiplicació i divisió de nombres enters. • Regla dels signes. • Realització d'operacions de multiplicació i divisió de nombres enters. • Ús de la regla dels signes per agilitar les operacions.

SIGNIFICAT DELS NOMBRES ENTERS: POSITIUS I NEGATIUS

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

NOMBRES NEGATIUS

A la nostra vida diària observem, llegim i diem expressions del tipus:

a) Hem deixat el cotxe aparcat al segon soterrani.
b) El submarí és a cent vint metres sota el nivell del mar.
c) Fa una temperatura de quatre graus sota zero.
d) Tens el compte en números vermells, i deus 160 €.

Des del punt de vista matemàtic, i a la pràctica, s'expressen així:

a) El cotxe és a la planta -2. Es llegeix «menys dos».
b) El submarí és a -120 m. Es llegeix «menys 120».
c) Fa una temperatura de -4 °C. Es llegeix «menys quatre».

-2, -120, -4, -160 són **nombres negatius**.
Expressen quantitats, situacions o mesures amb un valor **més petit que zero**.
Els precedeix el signe **menys (−)**.
S'associen amb expressions del tipus: *menys que*, *deure*, *sota*, *disminuir* o *restar*.

1 **Expressa amb nombres negatius.**

a) La cova és a cinquanta-cinc metres de profunditat.
b) La secció de joguines és al tercer soterrani.
c) La temperatura és d'un grau sota zero.

2 **Escriu situacions que representin aquests nombres negatius:**

a) -2: ....
b) -5: ....
c) -10: ....

NOMBRES POSITIUS

D'altra banda, també observem, llegim i diem expressions del tipus:

a) La roba texana és a la tercera planta.
b) La gavina vola a cinquanta metres sobre el nivell del mar.
c) Quina calor! Estem a trenta graus sobre zero.
d) Tinc 160 € al banc.

Des del punt de vista matemàtic, i a la pràctica, s'expressen així:

a) La roba texana és a la planta $+3$. Es llegeix «més tres».
b) La gavina vola a $+50$ m. Es llegeix «més cinquanta».
c) Quina calor! Estem a $+30$ °C. Es llegeix «més trenta».

$+3$, $+50$, $+30$, $+160$ són **nombres positius**.
Expressen quantitats, situacions o mesures amb un valor **més gran que zero**.
Els precedeix el signe **més (+)**.
S'associen amb expressions del tipus: *més que*, *tinc*, *sobre*, *augmentar* o *afegir*.

3 **Expressa amb nombres positius les expressions següents:**

a) Estem a trenta-dos graus sobre zero.
b) L'avió vola a mil cinc-cents metres sobre el nivell del mar.
c) La muntanya té una altitud de vuit-cents metres.
d) L'estel pot volar a vuitanta metres.

4 **Escriu situacions que representin aquests nombres positius:**

a) +3: ....
b) +10: ....
c) +45: ....

Els nombres positius, negatius i el zero formen el conjunt dels nombres enters.

Positius: +1, +2, +3, +4, +5, +6, … (naturals amb signe +)
Negatius: −1, −2, −3, −4, −5, −6, …
Zero: 0

5 **Expressa amb un nombre enter aquestes situacions:**

a) L'helicòpter vola a 150 m.
b) Estic surant al mar.
c) El termòmetre marca 4 graus sota zero.
d) L'Everest fa 8.844 m d'altitud.
e) L'Anna té un deute de 46 €.
f) T'espero a la planta baixa.

6 **Representa amb un dibuix els botons de l'ascensor d'un edifici que té 7 plantes, una planta baixa i 4 plantes per aparcar.**

7 **Un termòmetre ha marcat les temperatures següents (en °C) durant una setmana. Expressa amb nombres enters.**

DILLUNS	DIMARTS	DIMECRES	DIJOUS	DIVENDRES	DISSABTE	DIUMENGE
Dos sobre zero	Cinc sobre zero	Zero graus	Tres sota zero	Dos sobre zero	U sota zero	Cinc sobre zero

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

5

OBJECTIU 2

REPRESENTAR, ORDENAR I COMPARAR NOMBRES ENTERS

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

REPRESENTACIÓ DELS NOMBRES ENTERS. ORDRE A LA RECTA NUMÈRICA

Ja coneixem la recta en què es representen els nombres naturals, incloent-hi el zero.
Ara hi representarem els nombres enters.

1r Dibuixem una recta.

2n Assenyalem l'origen *O*, que és el valor 0.

3r Dividim la recta en segments iguals (unitats), a la dreta i a l'esquerra del zero.

4t A la **dreta** de l'origen col·loquem els nombres enters **positius**.

5è A l'**esquerra** de l'origen col·loquem els nombres enters **negatius**.

Observa que els nombres estan ordenats:

$$\underbrace{\dots \quad -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1}_{\text{Nombres enters } \textbf{negatius}} \quad \mathbf{0} \quad \underbrace{+1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \quad +6 \quad +7 \quad \dots}_{\text{Nombres enters } \textbf{positius}}$$

1 **Representa en una recta els nombres enters següents: +8, –9, +5, 0, –1, +6, –7, +11, –6.**

2 **Representa en una recta numèrica els nombres –5 i +5.**

a) Assenyala amb vermell els nombres enters entre –5 i 0.

b) Assenyala amb blau els nombres enters entre +5 i 0.

c) Què observes?

3 **Considera els nombres següents: –7, +8, +3, –10, +6, +4, –2.**

a) Representa'ls a la recta numèrica.

b) Quin és el més allunyat de l'origen?

c) I quin hi és més proper?

d) Escriu, per a cada un, un altre nombre situat a la mateixa distància de l'origen.

4 **En una ciutat el termòmetre va oscil·lar entre les temperatures següents:**

Màxima: +3 °C **Mínima: –4 °C**

a) Representa tots dos valors en una recta numèrica.

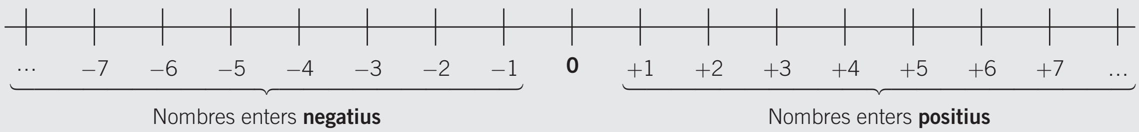
b) Indica si es van poder marcar aquestes temperatures: –2 °C, +4 °C, –5 °C, +1 °C, 0 °C, +2 °C.

c) Representa les temperatures a la recta numèrica.

COMPARACIÓ DE NOMBRES ENTERS

Hem estudiat que a la recta es representen els nombres enters ordenats.

1r Aquest ordre suposa una col·locació determinada a la recta numèrica.
2n Un nombre enter positiu és més gran que qualsevol nombre enter negatiu.
3r Entre diversos nombres enters, sempre és **més gran** el que està situat **més a la dreta** de la recta.
4t Utilitzem els símbols més gran que (>) i més petit que (<).



$+5 > -3$ $\qquad -6 < -3$ $\qquad +7 < +11$ $\qquad -4 > -8$

…, $-7 < -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < \mathbf{0} < +1 < +2 < +3 < +4 < +5 < +6 < +7$, …
…, $+7 > +6 > +5 > +4 > +3 > +2 > +1 > \mathbf{0} > -1 > -2 > -3 > -4 > -5 > -6 > -7$, …

5 **Ordena, de més petit a més gran, els nombres següents:**
+11, −2, +8, 0, −1, +5, −6, +3, −3, +7, −4, −9, +17

6 **Ordena, de més gran a més petit, aquests nombres:**
−8, −16, +5, −2, +13, +3, −4, −9, +9, 0, +18, −10

7 **Representa i ordena, de més petit a més gran, els nombres −5, +3, −8, +4, −2, +7, −1.**

8 **Escriu el signe que correspongui (> o <) entre cada parell de nombres enters.**

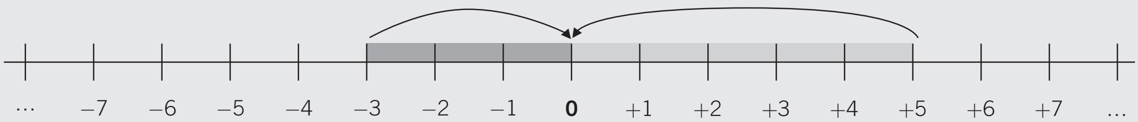
a) +5 ◯ −2 c) −1 ◯ 0 e) +11 ◯ +15 g) −7 ◯ −4
b) 0 ◯ +8 d) −4 ◯ +1 f) +10 ◯ −9 h) +5 ◯ −11

9 **Escriu tots els nombres enters que siguin:**

a) Més grans que −4 i més petits que +2.
b) Més petits que +3 i més grans que −5.
c) Més petits que +1 i més grans que −2.
d) Més grans que 0 i més petits +3.
e) Més petits que −3 i més grans que −6.

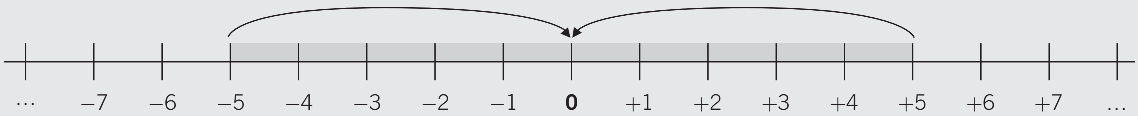
VALOR ABSOLUT D'UN NOMBRE ENTER

- El valor absolut d'un nombre enter és la distància (en unitats) que el separa del zero a la recta numèrica.
- A la pràctica s'escriu entre dues barres | | i resulta el mateix nombre sense el signe.
  Valor absolut de -3 s'escriu $|-3|$ i és 3.
  Valor absolut de $+5$ s'escriu $|+5|$ i és 5.



Observa que:

$$|+5| = 5 \quad \text{i} \quad |-5| = 5$$



- Els nombres $+5$ i -5 són a la mateixa distància de l'origen: 5 unitats.
- Es diu que són nombres oposats i s'escriuen així:
  op $(+5) = -5$ op $(-5) = +5$
- Dos nombres oposats tenen el mateix valor absolut.

10 **Completa la taula següent:**

VALOR ABSOLUT	RESULTAT	ES LLEGEIX
$\|+10\|$	10	El valor absolut de -10 és 10.
$\|-8\|$		
	7	
	7	
$\|-9\|$		
		El valor absolut de -15 és 15.

11 **Representa a la recta numèrica els nombres enters següents:**

a) $+7$ i -7 b) $+4$ i -4 c) -6 i $+6$ d) $+10$ i -10

Què hi observes? Com són aquests nombres?

12 **Per a cada nombre enter, troba'n el nombre oposat i representa'l en una recta numèrica.**

a) -3 b) -12 c) $+9$ d) $+8$

COMPARACIÓ DE DOS O MÉS NOMBRES ENTERS A PARTIR DEL VALOR ABSOLUT

- Entre dos o més nombres enters positius és més gran el de valor absolut més gran.
- Entre dos o més nombres enters negatius és més gran el de valor absolut més petit (es troba a menys distància de l'origen 0, valor zero).

EXEMPLE

$\mathbf{+7 > +3}$	perquè:	$\lvert +7 \rvert = 7$ i $\lvert +3 \rvert = 3$	$7 > 3$
$\mathbf{-4 > -6}$	perquè:	$\lvert -4 \rvert = 4$ i $\lvert -6 \rvert = 6$	4 unitats són més a prop del zero que 6 unitats.

13 **Escriu el signe que correspongui, < o >, per als nombres següents:**

a) $+7 \bigcirc +10$ c) $-5 \bigcirc 0$ e) $-10 \bigcirc -8$ g) $+11 \bigcirc 0$

b) $+9 \bigcirc +5$ d) $-16 \bigcirc +20$ f) $+13 \bigcirc -11$ h) $+3 \bigcirc -3$

14 **Ordena els nombres enters, de més grans a més petits, i representa'ls a la recta numèrica:**

$\mathbf{-5, -3, -9, -11, -10, -8, -6, -4}$

15 **Ordena aquests nombres, de més grans a més petits, i representa'ls a la recta numèrica:**

$\mathbf{+5, +3, +9, +11, +10, +8, +6, +4}$

16 **Compara els parells de nombres enters següents i representa'ls a la recta numèrica:**

a) $+13$ i -2 b) -5 i -7 c) $+4$ i $+1$ d) -5 i 0

17 **Cal trobar el valor absolut per comparar dos nombres si un és positiu i l'altre, negatiu? Per què? Posa'n un exemple.**

5 OBJECTIU 3

FER SUMES I RESTES AMB NOMBRES ENTERS

NOM: ______________________________ CURS: ______________ DATA: ______________

Per **sumar** dos nombres enters del **mateix signe**, se'n sumen els valors absoluts i es posa el signe dels sumands.

EXEMPLE

$$\mathbf{(+3)+(+2)}\left\}\begin{array}{ccc}|+3|=3 & & |+2|=2\\ & 3+2=5 & \end{array}\right\}(+3)+(+2)=+5$$

$$\mathbf{(-4)+(-1)}\left\}\begin{array}{ccc}|-4|=4 & & |-1|=1\\ & 4+1=5 & \end{array}\right\}(-4)+(-1)=-5$$

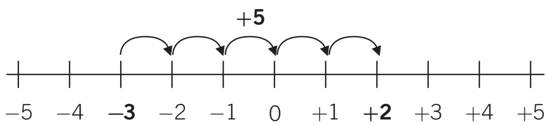
Per **sumar** dos nombres enters de **signe diferent**, se'n resten els valors absoluts i es posa el signe del sumand més gran.

EXEMPLE

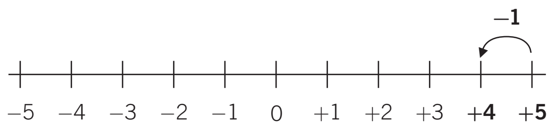
$$\mathbf{(+5)+(-1)}\left\}\begin{array}{ccc}|+5|=5 & & |-1|=1\\ & 5-1=4 & \end{array}\right\}(+5)+(-1)=+4$$

$$\mathbf{(-3)+(+5)}\left\}\begin{array}{ccc}|-3|=3 & & |+5|=5\\ & 5-3=2 & \end{array}\right\}(-3)+(+5)=+2$$

$(-3)+(+5)=+2$



$(+5)+(-1)=+4$



1 **Fes les sumes següents:**

a) $(+5)+(+10)=$

b) $(-4)+(+4)=$

c) $(-5)+(-10)=$

d) $(-7)+(+11)=$

e) $(+7)+(-2)=$

f) $(-8)+(+6)=$

2 **Representa aquestes sumes a la recta numèrica:**

a) $(-3)+(-1)$ b) $(+4)+(+4)$ c) $(+5)+(-2)$ d) $(-2)+(-5)$ e) $(+4)+(-4)$

Per **restar** dos nombres enters, cal sumar al primer sumand l'oposat del segon.
A continuació s'aplica la regla de la suma de nombres enters.

EXEMPLE

(+5) − **(+2)** = (+5) + **(−2)** = +3 **op (+2) = −2** $\left.\begin{array}{l}|+5| = 5\\ |-2| = 2\end{array}\right\}$ 5 − 2 = 3

(−6) − **(−1)** = (−6) + **(+1)** = −5 **op (−1) = +1** $\left.\begin{array}{l}|-6| = 6\\ |+1| = 1\end{array}\right\}$ 6 − 1 = 5

3 **Fes les restes següents:**

a) (+10) − (+5) = (+10) + (−5) =

b) (+8) − (−12) =

c) (−18) − (+10) =

d) (−15) − (+7) =

e) (−1) − (−1) =

f) (−15) − (−10) =

4 **Un submarí és a 100 m de profunditat. Si puja 55 m, en quina posició es troba ara? Expressa el problema numèricament.**

OPERACIONS COMBINADES DE SUMES I RESTES DE NOMBRES ENTERS

Per agilitar les operacions, cal tenir en compte una sèrie de regles:
- En les sumes es prescindeix del signe + de la mateixa suma.
- Quan el primer sumand és positiu s'escriu sense el signe.
- Un parèntesi amb nombres a l'interior:
  - Sempre es fa en primer lloc.
  - Engloba tots els nombres que hi ha a dins.
  - El signe que el precedeix afecta tots els nombres de l'interior.
  - **Signe +** ⟶ Manté els signes dels nombres de l'interior.
  - **Signe −** ⟶ Canvia els signes dels nombres (els transforma en els seus oposats).
- Podem operar de dues maneres:
  - Sumar per separat els enters positius i els enters negatius i trobar la resta de tots dos.
  - Fer les operacions en l'ordre en què apareixen.

EXEMPLE

(+7) + **(+2)** = 7 + 2 = 9

(−4) + **(−1)** = −4 − 1 = −5

+ **(−5 + 3 − 2 + 7)** = −5 + 3 − 2 + 7 = −7 + 10 = +3

+ **(−5 + 3 − 2 + 7)** = −5 + 3 − 2 + 7 = −2 − 2 + 7 = −4 + 7 = +3

− **(−5 + 3 − 2 + 7)** = +5 − 3 + 2 − 7 = 7 − 10 = −3

− **(−5 + 3 − 2 + 7)** = +5 − 3 + 2 − 7 = +2 + 2 − 7 = 4 − 7 = −3

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

5 **Fes les operacions següents utilitzant les regles anteriors:**

a) $(+11) + (-2) = 11 - 2 = 9$

b) $(+7) + (+1) =$

c) $(-15) + (-4) =$

d) $(+10) - (+2) =$

e) $(-11) - (-10) =$

f) $(-7) + (+1) =$

6 **Calcula.**

a) $7 - 5 =$

b) $11 - 4 + 5 =$

c) $-9 - 7 =$

d) $-3 + 8 =$

e) $-1 + 8 + 9 =$

f) $-10 + 3 + 7 =$

7 **Fes les operacions.**

a) $5 - 7 + 19 - 20 + 4 - 3 + 10 =$

b) $-(8 + 9 - 11) =$

c) $9 - 11 + 13 + 2 - 4 - 5 + 9 =$

d) $-(20 + 17) - 16 + 7 - 15 + 3 =$

8 **Opera de les dues maneres explicades.**

a) $8 - (4 - 7) =$

b) $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d) $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f) $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

FER MULTIPLICACIONS I DIVISIONS AMB NOMBRES ENTERS

NOM: ______________________ CURS: ____________ DATA: ____________

MULTIPLICACIÓ DE NOMBRES ENTERS

Per multiplicar dos nombres enters se segueixen aquests passos:

1r Se'n multipliquen els valors absoluts (a la pràctica, els nombres entre si).

2n Al resultat hi col·loquem el signe + si tots dos nombres són **del mateix signe**, i el signe – si són **de signes diferents**.

EXEMPLE

(+5) · (–3) = –15
- 5 · 3 = 15
- El resultat és –15, ja que són de signe diferent (positiu i negatiu).

(–5) · (–3) = +15
- 5 · 3 = 15
- El resultat és + 15, ja que són del mateix signe (negatiu).

(+5) · (+3) = +15
- 5 · 3 = 15
- El resultat és + 15, ja que són del mateix signe (positiu).

DIVISIÓ DE NOMBRES ENTERS

Per dividir dos nombres enters se segueixen aquests passos:

1r Se'n divideixen els valors absoluts (a la pràctica, els nombres entre si i sempre que la divisió sigui exacta).

2n Al resultat hi col·loquem el signe + si tots dos nombres són **del mateix signe**, i el signe – si són **de signes diferents**.

EXEMPLE

(+20) : (–4) = –5
- 20 : 4 = 5
- El resultat és –5, ja que són de signe diferent (positiu i negatiu).

(–20) : (–4) = +5
- 20 : 4 = 5
- El resultat és + 5, ja que són del mateix signe (negatiu).

(+20) : (+4) = +5
- 20 : 4 = 5
- El reesultat és + 5, ja que són del mateix signe (positiu).

Per agilitar les operacions de multiplicació i divisió de nombres enters, s'utilitza la **regla dels signes:**

Multiplicació	Divisió
(+) · (+) = +	(+) : (+) = +
(–) · (–) = +	(–) : (–) = +
(+) · (–) = –	(+) : (–) = –
(–) · (+) = –	(–) : (+) = –

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

1 **Fes les operacions següents:**

a) $(+7) \cdot (+2) =$

b) $(+12) \cdot (-3) =$

c) $(-10) \cdot (+10) =$

d) $(-5) \cdot (+8) =$

e) $(-1) \cdot (-1) =$

f) $(+5) \cdot (+20) =$

2 **Calcula.**

a) $(+16) : (+2) =$

b) $(-8) : (-1) =$

c) $(-25) : (+5) =$

d) $(-100) : (+10) =$

e) $(+12) : (-3) =$

f) $(+45) : (+9) =$

3 **Fes les operacions aplicant la regla dels signes.**

a) $(+12) \cdot (-3) =$

b) $(-20) : (-10) =$

c) $(+6) \cdot (-6) =$

d) $(+80) : (-8) =$

e) $(-9) : (-3) =$

f) $(-100) : (+25) =$

g) $(-1) \cdot (-18) =$

h) $(-77) : (-11) =$

i) $(+10) \cdot (+4) =$

j) $(-9) \cdot (+8) =$

k) $(+35) : (+5) =$

l) $(-12) \cdot (+5) =$

4 **Completa amb els nombres enters corresponents.**

a) $(+9) \cdot$ .... $= -36$

b) $(-7) \cdot$ .... $= +21$

c) .... $\cdot (-8) = -40$

d) .... $\cdot (+10) = -100$

e) $(-30) \cdot$ .... $= +30$

f) $(+6) \cdot$ .... $= 0$

5 **Completa amb els nombres enters corresponents.**

a) $(+42) :$ .... $= -7$

b) $(-8) :$ .... $= +1$

c) .... $: (-9) = +6$

d) $(-20) :$ .... $= -20$

e) .... $: (-6) = +5$

f) $(+9) :$ .... $= -9$

3 Fraccions

INTRODUCCIÓ

Amb l'ús de les fraccions s'observa la utilitat dels conceptes estudiats com, per exemple, les operacions bàsiques amb nombres naturals o el càlcul del mínim comú múltiple i el màxim comú divisor.

Recordar les diferents interpretacions d'una fracció (com a part d'un total, com a mesura i com a operador d'un nombre) és el primer pas per comprendre l'estructura del conjunt dels nombres racionals.

Així mateix, representar les fraccions en la recta real o mitjançant figures geomètriques permet comprendre conceptes com la relació d'equivalència entre fraccions, obtenir fraccions equivalents a una fracció donada, comparar fraccions i trobar fraccions compreses entre dues fraccions.

La realització d'operacions amb fraccions no presenta gaire dificultat i utilitza tècniques ja conegudes d'altres cursos.

A més, conceptes com l'equivalència de fraccions i la fracció com a expressió decimal seran la base per a l'estudi de la proporcionalitat numèrica.

RESUM DE LA UNITAT

- Una *fracció* és un nombre, escrit de la forma $\frac{a}{b}$, en què a és el numerador i b, el denominador.
- Una *fracció* pot interpretar-se com a *part d'un total*, com a *mesura* i com a *operador d'un nombre*.
- Una *fracció pròpia* és la que té el numerador més petit que el denominador. Una *fracció impròpia* té el numerador més gran que el denominador. Tota fracció impròpia es pot expressar com a *nombre mixt*, és a dir, com un nombre natural més una fracció pròpia.
- Les fraccions es representen mitjançant *dibuixos geomètrics* i/o en la *recta real*. Es divideix la figura o la recta en tantes unitats com indiqui el denominador, i se'n senyalen tantes com senyali el numerador.
- Les *fraccions equivalents* a una fracció donada s'obtenen multiplicant o dividint el numerador i el denominador pel mateix nombre.
- Per *sumar (o restar) fraccions* es redueixen primer a comú denominador i després se'n sumen (o resten) els numeradors.

OBJECTIUS	CONTINGUTS
1. Comprendre el concepte de fracció. Identificar-ne els termes.	• Concepte de fracció: numerador i denominador. Lectura de fraccions. • Interpretació gràfica. • Significats de la fracció: unitat, part decimal i part d'un total. • Identificació dels termes d'una fracció i les seves diferents interpretacions: numèricament i gràficament.
2. Diferenciar els tipus de fraccions. Representació en la recta real.	• Fraccions pròpies, impròpies i iguals a la unitat. • Interpretació en la recta real. • Determinació de fraccions en una gràfica i el seu valor en la recta real.
3. Comprendre el significat de fracció equivalent.	• Fracció equivalent. • Comparació i obtenció de fraccions equivalents. • Reconeixement de fraccions equivalents mitjançant la representació gràfica, l'amplificació i la simplificació.
4. Realitzar operacions amb fraccions.	• Suma i resta de fraccions d'igual i diferent denominador. • Producte i divisió de fraccions. Divisió d'una fracció entre un nombre. • Resolució de problemes mitjançant operacions amb fraccions. • Ús de dibuixos explicatius i càlcul mental.

COMPRENDRE EL CONCEPTE DE FRACCIÓ. IDENTIFICAR-NE ELS TERMES

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

- Per expressar una quantitat d'alguna cosa que és incompleta o bé parts d'un total sense fer servir nombres o expressions numèriques, utilitzem les **fraccions**.
- Exemples de frases en les quals fem servir fraccions: «Dóna'm la meitat de...», «només ens falta fer la quarta part del recorregut», «es va inundar l'habitació d'aigua en dues cinquenes parts...», «els dos terços del barril estan buits...», «m'he gastat la tercera part de la paga...».
- Una fracció és una expressió matemàtica que consta de dos termes, anomenats **numerador** i **denominador**, separats per una línia horitzontal que s'anomena **ratlla de fracció**.

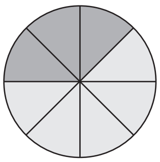
En general, si a i b són dos nombres naturals (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...), una fracció s'escriu així:

Ratlla de fracció → $\dfrac{a}{b}$ ← Numerador / ← Denominador

EXEMPLE

SIGNIFICAT DELS TERMES D'UNA FRACCIÓ: PART DE LA UNITAT

- **Numerador (*a*)**. Nombre de parts que agafem de la unitat.
- **Denominador (*b*)**. Nombre de parts iguals en les quals es divideix la unitat.
- **Ratlla de fracció (—)**. Indica partició, part de, quocient, entre, divisió.



En Joan obre una capsa de formatgets que té 8 porcions i se'n menja 3. Com ho expressaries?

En Joan es menja 3 porcions (parts que agafa de la capsa) $\dfrac{3}{8}$ ← Numerador

La capsa té 8 porcions (parts iguals de la capsa) ← Denominador

Com es llegeixen les fraccions?

Si el numerador és	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Es llegeix	u	dos	tres	quatre	cinc	sis	set	vuit	nou

Si el denominador és	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Es llegeix	mitjos	terços	quarts	cinquens	sisens	setens	vuitens	novens	desens

Si el denominador és més gran que 10, es llegeix el nombre seguit del terme *–è*:

Si el denominador és	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Es llegeix	onzens	dotzens	tretzens	catorzens	quinzens	setzens	dissetens	divuitens	dinovens

Per tant, podem dir que en Joan s'ha menjat els tres vuitens de la capsa.

Així: $\dfrac{3}{7}$ es llegeix «tres setens». $\dfrac{6}{9}$ es llegeix «sis novens».

$\dfrac{8}{11}$ es llegeix «vuit onzens». $\dfrac{5}{10}$ es llegeix «cinc desens».

1 **Escriu com es llegeixen les fraccions següents:**

a) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{17}$ e) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{12}{20}$ f) $\frac{8}{15}$

2 **Escriu les fraccions següents:**

a) Sis desens = c) Deu vint-i-tresens = Dos onzens =

b) Tres vuitens = d) Dotze catorzens = Quinze dinovens =

Per dibuixar i/o **representar gràficament fraccions**, seguim aquests passos:

1r Escollim el tipus de dibuix: cercle, rectangle, quadrat o triangle (normalment és una figura geomètrica).

2n Dividim la figura en tantes parts iguals com ens indica el denominador.

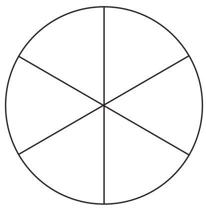
3r Pintem, marquem o assenyalem les parts que ens indiqui el numerador.

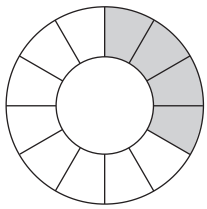
3 **La Maria s'ha menjat 2 trossos d'un pa de pessic dividit en 6 parts iguals.**

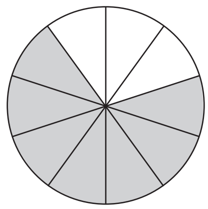
a) Quina fracció representa el que s'ha menjat la Maria?

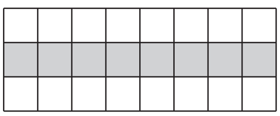
b) Representa-ho mitjançant quatre tipus de gràfics.

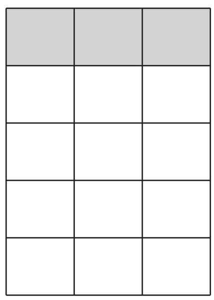
4 **Escriu la fracció que representa la part acolorida de cada un dels gràfics.**

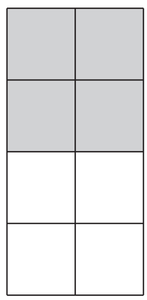
a)


c)


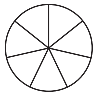
e)


b)


d)


f)


5 **Completa la taula següent:**

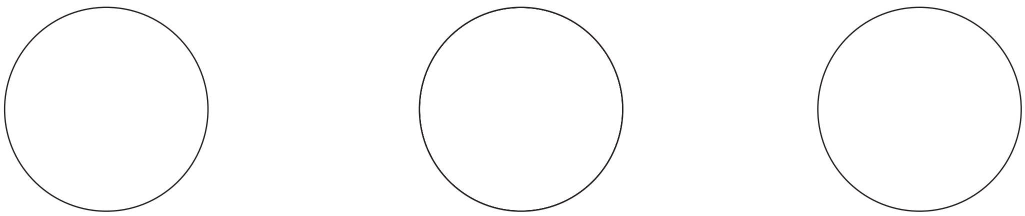
S'ESCRIU	ES REPRESENTA	SE LLEGEIX
$\frac{4}{7}$		Quatre ....
		Sis onzens
$\frac{9}{10}$		

6 **Indica les fraccions que representen cada situació mitjançant un dibuix.**

a) D'una rajola de xocolata dividida en 15 trossos ens en mengem 6.
b) Parteixo una pizza en 8 parts iguals i n'agafo 5.
c) Un paquet de pa de motlle conté 24 llesques i en faig servir 8.
d) D'un total de 20 cromos de segells n'he canviat 12.

a) b) c) d)

7 **Tres amics s'han endarrerit un quart d'hora (15 minuts), tres quarts d'hora (45 minuts) i 20 minuts, respectivament. Dibuixa'n les fraccions corresponents, suposant que cada cercle representa una hora.**



ALTRES SIGNIFICATS DE LES FRACCIONS

Com a quocient

En dividir el numerador entre el denominador, s'obté un nombre decimal.
Aquest nombre és el valor numèric de la fracció.

Si vull repartir 7 plàtans entre 2 ximpanzés $\left(\frac{7}{2}\right)$, quants en corresponen a cadascun?

$$\begin{array}{l|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} 10 & 3{,}5 \\ \ \ 0 & \end{array}$$

- Li tocarien 3 plàtans complets (enters) a cada ximpanzé.
- Sobra un plàtan, que es repartirien 2 ximpanzés: mig plàtan (0,5) per a cadascun.

FRACCIÓ D'UNA QUANTITAT

La Teresa ha de fer una carrera de 200 m. Al cap de poca estona s'atura, i el seu entrenador li diu: «Ànim, que ja has recorregut les tres quartes parts de la distància». Quants metres ha recorregut fins llavors?

- S'ha de calcular el que valen $\frac{3}{4}$ de 200, és a dir, la **fracció d'una quantitat**.
- Seguim algun d'aquests passos:
  – Es multiplica la quantitat pel numerador i es divideix entre el denominador.
  – Es divideix la quantitat entre el denominador i es multiplica pel numerador.

$\frac{3}{4}$ de 200 → $(200 \cdot 3) : 4 = 600 : 4 = 150$ m ha recorregut la Teresa.

$\frac{3}{4}$ de 200 → $(200 : 4) \cdot 3 = 50 \cdot 3 = 150$ m ha recorregut la Teresa.

8 **Troba l'expressió decimal de les fraccions següents:**

a) $\frac{4}{5} =$

c) $\frac{9}{4} =$

e) $\frac{5}{10} =$

b) $\frac{12}{15} =$

d) $\frac{10}{20} =$

f) $\frac{15}{20} =$

9 **Calcula les expressions següents de la fracció d'una quantitat utilitzant les dues formes d'operar:**

a) $\frac{4}{5}$ de $45 =$

b) $\frac{2}{3}$ de $18 =$

c) $\frac{1}{5}$ de $35 =$

TIPUS DE FRACCIONS. REPRESENTACIÓ EN LA RECTA REAL

NOM: ____________________ CURS: __________ DATA: __________

FRACCIONS AMB VALOR MÉS PETIT QUE LA UNITAT: $\frac{a}{b} < 1$

- S'anomenen fraccions **pròpies**.
- El numerador és **més petit** que el denominador: $a < b$
- El quocient entre a i b és més petit que la unitat.

En l'exemple anterior, en Joan es va menjar els $\frac{3}{8}$ de la capsa de formatgets.

- 3 és més petit que 8 ⟶ $3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$ ⟶ $0{,}375 < 1$

En Joan es va menjar 3 de les 8 porcions de la capsa, és a dir, menys d'una capsa.

Son fraccions pròpies: $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{10}{15}, \frac{9}{12}$.

1 **Escriu fraccions pròpies i troba'n el valor decimal.**

a) $\frac{9}{15} = 9 : 15 = 0{,}6$ c) e)

b) d) f)

FRACCIONS AMB VALOR IGUAL A LA UNITAT: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador és **igual** que el denominador: $a = b$.
- El quocient entre a i b és igual a la unitat.

En l'exemple anterior, en Joan es va menjar els $\frac{8}{8}$ de la capsa de formatgets.

- 8 és igual que 8 ⟶ $8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

En Joan es va menjar les 8 porcions de la capsa, és a dir, la capsa sencera (la unitat).

Són fraccions pròpies: $\frac{4}{4}, \frac{7}{7}, \frac{15}{15}, \frac{9}{9}$.

2 **Escriu fraccions que tinguin un valor igual a la unitat.**

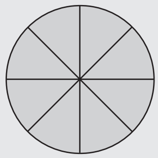
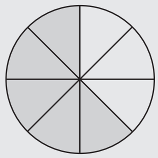
a) $\frac{6}{6} = 6 : 6 = 1$ c) e)

b) d) f)

FRACCIONS AMB VALOR MÉS GRAN QUE LA UNITAT: $\frac{a}{b} > 1$

- S'anomenen fraccions **impròpies**.
- El numerador és **més gran** que el denominador: $a > b$.
- El quocient entre a i b és més gran que la unitat.

En Joan es menja un dia els $\frac{8}{8}$ de la capsa de formatgets i un altre dia, els $\frac{3}{8}$ d'una altra capsa.

1 capsa sencera  $+\ \frac{3}{8}$ d'una altra 

- En Joan s'ha menjat 11 porcions d'una unitat que en conté 8: $\frac{11}{8}$, és a dir, $11 > 8$.
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$ més $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$, que és igual a $1{,}375 > 1$.

  $\frac{11}{8} = \frac{8}{8}$ més $\frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1\,\frac{3}{8}$

Aquesta expressió es coneix per a **nombre mixt** i es compon d'una fracció i d'un nombre natural.

Són fraccions impròpies: $\frac{9}{5}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{25}{18}$.

3 **Escriu fraccions impròpies i troba'n el valor decimal.**

a) $\frac{15}{8} = 15 : 8 = 1{,}875$

c)

e)

b)

d)

f)

4 **Escriu les fraccions següents com un nombre mixt. Fixa't en l'exemple.**

a) $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$

c) $\frac{12}{9} =$

b) $\frac{20}{16} =$

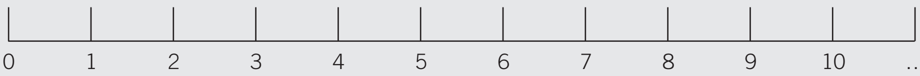
d) $\frac{7}{4} =$

5 **Representa gràficament les fraccions $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{10}{7}$.**

Exemple: $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$ 

REPRESENTACIÓ DE FRACCIONS EN LA RECTA REAL

- Les fraccions es representen mitjançant dibuixos, i com que tenen un valor numèric, encara que sigui decimal, es poden representar en la **recta real**.
- En la recta real, els **nombres** estan **ordenats**, començant pel zero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Quan escrivim aquests nombres en el quadern, per exemple, sempre hem de mantenir la mateixa distància entre l'un i l'altre, perquè els separa exactament **una unitat**.



❻ **Representa en una recta els nombres: 3, 6, 9, 14, 15, 10, 19, 8.**

Per **representar fraccions en la recta**, seguim aquests passos:

1r Dibuixem una recta en el quadern.

2n Fixem les unitats. Com que el quadern és quadriculat, podem estendre les unitats amb amplitud perquè ens sigui més senzill representar els punts numèrics.

3r Dividim la unitat en parts com ens indiqui el denominador i agafem (marquem) les que ens indiqui el numerador (la fracció com a part de la unitat).

Recorda que si la fracció és:

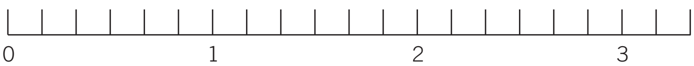
1r Pròpia: el seu valor estarà entre 0 i 1.

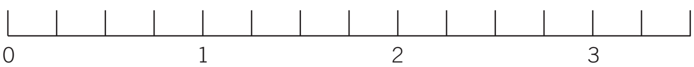
2n Igual a la unitat: el seu valor serà 1.

3r Impròpia: el seu valor serà superior a 1.

❼ **Representa les fraccions en aquestes rectes:**

a) $\frac{7}{6}$ b) $\frac{9}{4} = 2\,\frac{1}{4}$ c) $1\,\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$





COMPRENDRE EL SIGNIFICAT DE FRACCIÓ EQUIVALENT

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

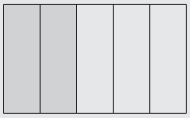
FRACCIÓ EQUIVALENT

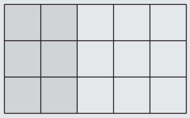
- Equivalent és sinònim de «igual», és a dir, que té un valor igual i que representa la mateixa quantitat.

  Així, $\frac{2}{5}$ i $\frac{6}{15}$ són fraccions equivalents.

- Tenen el mateix valor: $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}4$ $\qquad \frac{6}{15} = 6 : 15 = 0{,}4$

- Representen la mateixa quantitat: $\frac{2}{5}$ $\qquad \frac{6}{15}$





- En general, per comprovar si dues fraccions són **equivalents** les **multipliquem en creu**, i obtenim el mateix resultat:

$$\frac{2}{5} \times \frac{6}{15} \qquad 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6 \longrightarrow \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$2 \cdot 15 = 30$$
$$5 \cdot 6 = 30$$

1 **Comprova si són equivalents les fraccions següents:**

a) $\frac{3}{5}$ i $\frac{6}{10}$ b) $\frac{4}{7}$ i $\frac{12}{21}$ c) $\frac{3}{4}$ i $\frac{9}{11}$ d) $\frac{8}{7}$ i $\frac{14}{15}$ e) $\frac{4}{9}$ i $\frac{20}{45}$

2 **Troba el terme que falta perquè les fraccions siguin equivalents.**

a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{\ }$ b) $\frac{8}{\ } = \frac{6}{9}$ c) $\frac{\ }{2} = \frac{8}{16} = \frac{\ }{32}$ d) $\frac{2}{5} = \frac{\ }{20} = \frac{6}{\ }$

3 **Comprova gràficament si les fraccions següents són equivalents:**

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{6}{9}$ b) $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{12}$ c) $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5}$ i $\frac{5}{4}$

OBTENCIÓ DE FRACCIONS EQUIVALENTS EN UNA FRACCIÓ DONADA

- Si es multipliquen o divideixen el numerador i el denominador d'una fracció per un mateix nombre, obtenim una fracció equivalent.

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \qquad \frac{6}{15} \longrightarrow \frac{6 : 3}{15 : 3} \longrightarrow \frac{2}{5}$$

- Si multipliquem, s'utilitza el terme **amplificar**.
- Si dividim, s'utilitza el terme **simplificar**.

4 **Escriu fraccions equivalents a:**

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{} = \frac{4}{} = \frac{}{36} = \frac{}{}$

c) $\frac{2}{5} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

b) $\frac{5}{7} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

d) $\frac{3}{2} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

5 **Escriu fraccions equivalents mitjançant la simplificació (dividint el numerador i el denominador entre el mateix nombre).**

a) $\frac{30}{40} = \frac{15}{20} = \frac{3}{}$

b) $\frac{24}{32} = \frac{12}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

c) $\frac{15}{25} =$

COMPARACIÓ DE FRACCIONS

En Jordi, l'Alícia i en Lluc han comprat el mateix nombre de cromos. Després en Jordi ha enganxat els dos terços dels cromos, l'Alícia n'ha enganxat la meitat i en Lluc, els tres quarts. Qui ha enganxat més cromos?

Seguim aquests passos:

1r Obtenim fraccions equivalents amb el mateix denominador.

2n Comparem les fraccions mitjançant els numeradors. La fracció que tingui un numerador més gran serà la més gran.

1r Jordi: $\frac{2}{3}$ Fraccions equivalents: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}} = \frac{10}{15} \ldots$

Alícia: $\frac{1}{2}$ Fraccions equivalents: $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{12}} = \frac{7}{14} \ldots$

Lluc: $\frac{3}{4}$ Fraccions equivalents: $\frac{6}{8} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}} = \frac{12}{16} \ldots$

$\frac{8}{12}$, $\frac{6}{12}$ i $\frac{9}{12}$ són les fraccions que representen en Jordi, l'Alícia i en Lluc.
Totes aquestes fraccions tenen el mateix denominador.

2n Les ordenem de més gran a més petita (fem servir el símbol «més gran que», >):

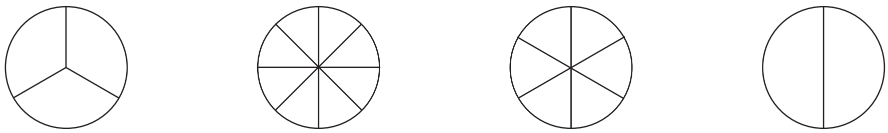
$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12}; \frac{9}{12} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

En Lluc va ser qui va enganxar més cromos; després, en Jordi i per acabar, l'Alícia.

6 **Ordena, de més petita a més gran, les fraccions següents: $\frac{4}{10}, \frac{8}{10}, \frac{6}{10}, \frac{5}{10}, \frac{1}{10}, \frac{9}{10}, \frac{3}{10}, \frac{10}{10}$.**

7 **L'Andreu s'ha menjat $\frac{1}{4}$ de pizza i l'Àngela, $\frac{1}{3}$. Qui ha menjat més pizza?**
Comprova-ho numèricament i gràficament.

8 **Ordena, de més gran a més petita, les fraccions següents, numèricament i gràficament: $\frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{4}{6}, \frac{1}{2}$.**



9 **Escriu més gran que (>), més petita que (<) o igual que (=) segons el que correspongui.**

a) $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{5}{7}$ c) $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{12}{20}$ e) $\frac{7}{5} \bigcirc \frac{4}{7}$

b) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{4}$ d) $\frac{7}{7} \bigcirc \frac{6}{6}$ f) $\frac{7}{8} \bigcirc \frac{1}{4}$

10 **Indica quines de les fraccions següents són pròpies i quines són impròpies:**

a) $\frac{13}{15}$ b) $\frac{12}{15}$ c) $\frac{15}{13}$ d) $\frac{13}{12}$ e) $\frac{13}{13}$

Pròpies: Impròpies:

11 **Troba dues fraccions equivalents a $\frac{8}{6}$ i representa-les en la recta numèrica per comprovar que el punt associat és el mateix (totes dues fraccions són el mateix nombre).**

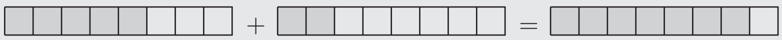
REALITZAR OPERACIONS AMB FRACCIONS

NOM: ______________________________ CURS: ______________ DATA: ______________

SUMAR I RESTAR FRACCIONS AMB EL MATEIX DENOMINADOR

Per sumar o restar fraccions amb el mateix denominador, se'n sumen o resten els numeradors i se'n manté el denominador.

$$\frac{5}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5+2}{8}=\frac{7}{8}$$



$$\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=\frac{7-2}{8}=\frac{5}{8}$$

1 **Calcula.**

a) $\frac{3}{15}+\frac{2}{15}=\frac{}{}$

b) $\frac{12}{5}-\frac{8}{5}=\frac{}{}$

c) $\frac{6}{9}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{}{}$

d) $\frac{4}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{}{}$

e) $\frac{3}{11}+\frac{2}{11}+\frac{}{11}=\frac{9}{}$

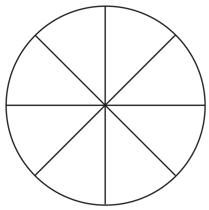
f) $\frac{4}{12}+\frac{7}{12}+\frac{}{12}=\frac{15}{}$

2 **D'una pizza, l'Anna en pren dos vuitens per berenar, en Pep, tres vuitens i la Maria, un vuitè.**

a) Quanta pizza han menjat entre tots tres?

b) Si l'Eva va arribar tard al berenar, quanta pizza va poder menjar?

Expressa el problema de manera numèrica i gràfica.



SUMAR I RESTAR FRACCIONS AMB DIFERENT DENOMINADOR

1r Busquem fraccions equivalents que tinguin el mateix denominador.

2n En sumem o restem els numeradors i en deixem el mateix denominador.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalents a } \frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}\ \dots\\[2ex] \text{Equivalents a } \frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}}=\frac{10}{15}\ \dots\end{array}\right\}\ \frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{3+8}{12}=\frac{11}{12}$$

Observa que 12 és el mínim múltiple comú de 4 i 3 (m. c. m.).

$$\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalents a } \frac{7}{5}=\frac{14}{10}=\frac{21}{15}=\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{20}}=\frac{35}{25}\ \dots\\[2ex] \text{Equivalents a } \frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{20}}\ \dots\end{array}\right\}\ \frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{28-15}{20}=\frac{13}{20}$$

Observa que 20 és el mínim múltiple comú de 5 i 4 (m. c. m.).

3 **Completa i fes les operacions següents:**

a) $\frac{6}{5} + \frac{1}{4} = \frac{}{20} + \frac{}{20} =$

c) $\frac{8}{9} - \frac{5}{6} = \frac{}{18} + \frac{}{18} =$

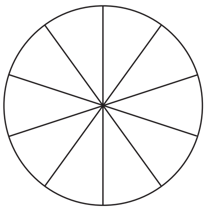
e) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{3} =$

b) $\frac{5}{3} - \frac{2}{6} =$

d) $\frac{2}{7} + \frac{1}{8} =$

f) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$

4 **En Pep menja $\frac{2}{5}$ parts d'un pa de pessic dividit en 10 parts. Després el seu gos es menja la meitat del pa de pessic $\left(\frac{1}{2}\right)$. En quedarà cap part, del pa de pessic? Expressa-ho numèricament i gràficament.**



PRODUCTE DE FRACCIONS

El producte de dues o més fraccions és una altra fracció que té com a numerador el producte dels numeradors, i com a denominador, el producte dels denominadors (producte en paral·lel).

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

5 **En una bossa de bales, els $\frac{2}{5}$ són de color blau, i els $\frac{3}{4}$ d'aquestes bales blaves són transparents. Quina fracció del total representen les bales blaves transparents?**

$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot }{ \cdot 5} = \frac{}{}$

6 **Calcula.**

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2 \cdot }{ \cdot 10} = \frac{}{}$

c) $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{}{}$

b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{}{}$

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{} = \frac{}{}$

7 **Representa gràficament.**

a) $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$

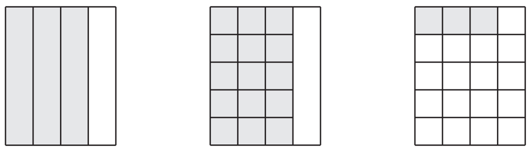
PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

DIVISIÓ DE FRACCIONS

Dividir fraccions és trobar una altra fracció el numerador i el denominador de la qual siguin el producte creuat dels termes de les fraccions donades (producte en creu).

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$$

8 **Un cas especial de divisió de fraccions és quan dividim una fracció entre un nombre. Per exemple, si volem repartir tres quartes parts d'una capsa de llaminadures entre 5 amics. Quina part de fracció li correspon a cadascun?**



$$\frac{3}{4} \quad : \quad 5 \quad = \quad \frac{3}{20}$$

$\frac{3}{4}$ dividit entre $\frac{5}{1}$ és: $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot } = \frac{3}{}$

9 **Calcula.**

a) $\frac{4}{5} : \frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 8} =$

b) $\frac{5}{6} : 2 =$

c) $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

d) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} =$

e) $\frac{2}{3} : 3 =$

f) $\frac{5}{3} : 4 =$

10 **Fes les operacions següents:**

a) $\frac{2}{3}$ de $12 =$

b) $\frac{3}{4}$ de $120 =$

c) $\frac{2}{5}$ de $100 =$

d) $\frac{1}{8}$ de $1.000 =$

11 **Suma i simplifica el resultat si es pot.**

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$

b) $\frac{3}{2} + \frac{5}{7} + \frac{7}{6} =$

c) $\frac{5}{6} + \frac{9}{6} + \frac{3}{8} =$

12 **Fes aquestes multiplicacions i divisions de fraccions i simplifica'n el resultat:**

a) $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

b) $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} =$

c) $\frac{7}{8} \cdot 3 =$

d) $\frac{4}{5} : 3 =$

6 Iniciació a l'àlgebra

INTRODUCCIÓ

Tot i que l'alumnat ja ha estudiat el llenguatge numèric i algebraic, en aquesta unitat es presenten per primera vegada situacions en què s'apliquen de manera directa aquest tipus d'expressions. Aquest fet suposarà un esforç significatiu en el raonament abstracte dels alumnes; per tant, s'ha d'introduir gradualment l'ús de lletres per nombres i aproximar-se a aquests conceptes amb exemples senzills i de la vida quotidiana fins que es generalitzi el procediment.

Fer amb agilitat les operacions aritmètiques amb nombres naturals i enters servirà de suport per sumar, restar, multiplicar i dividir monomis. Mètodes com ara els d'assaig i error i el càlcul mental reforçaran les operacions amb monomis.

La resolució d'equacions de primer grau és un dels objectius de la unitat. Primer es resoldran equacions senzilles per tempteig i, posteriorment, s'utilitzaran les regles bàsiques per resoldre equacions més complexes.

RESUM DE LA UNITAT

- El *llenguatge numèric* expressa la informació matemàtica només amb nombres.
- El *llenguatge algebraic* expressa la informació matemàtica mitjançant nombres i lletres.
- Una *expressió algebraica* és un conjunt de nombres i lletres units pels signes de les operacions aritmètiques.
- El *valor numèric d'una expressió algebraica* és el nombre que s'obté en substituir les lletres per nombres i operar.
- Els *monomis* són expressions algebraiques formades per productes de lletres i nombres. El *grau d'un monomi* és la suma dels exponents de les lletres que el formen.
- Un *polinomi* és la suma algebraica de monomis.
- Una *equació* és una igualtat algebraica que només es verifica per a algun valor de les lletres.
- Una *equació de primer grau amb una incògnita* és una equació que té una sola incògnita i el seu grau és 1.

OBJECTIUS	CONTINGUTS
1. Diferenciar entre llenguatge numèric i algebraic.	• Llenguatge numèric i algebraic. Substitució de lletres per nombres. • Expressió de situacions de la vida quotidiana mitjançant el llenguatge algebraic.
2. Utilitzar i comprendre les expressions algebraiques. Obtenir el valor numèric d'una expressió algebraica.	• Expressions algebraiques. • Valor numèric d'una expressió algebraica. • Lectura i comprensió d'expressions algebraiques. • Obtenció del valor numèric d'expressions algebraiques.
3. Identificar monomis. Distingir entre monomis i polinomis. Fer operacions amb monomis.	• Monomis. Nomenclatura. Monomis semblants. • Polinomis. • Operacions amb monomis: suma, resta, multiplicació i divisió. • Identificació i reconeixement de monomis i polinomis. • Càlcul d'operacions aritmètiques amb monomis.
4. Comprendre el significat d'igualtat, identitat i equació.	• Concepte d'igualtat, identitat i equació. • Termes i nomenclatura. • Identificació i diferenciació d'igualtats, identitats i equacions.
5. Resoldre equacions senzilles de primer grau.	• Les equacions i la seva estructura. Nomenclatura. • Resolució d'equacions per tempteig i regles pràctiques. • Determinació dels membres, la incògnita i la solució d'una equació. • Ús de regles pràctiques per resoldre equacions.

DIFERENCIAR ENTRE LLENGUATGE NUMÈRIC I ALGEBRAIC

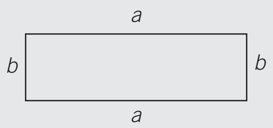
NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

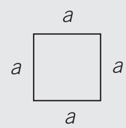
- **Potència** és la forma abreujada d'escriure una multiplicació de factors iguals.

  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (n vegades) $\qquad 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

- **Perímetre** d'un polígon és la mesura del seu contorn, és a dir, la suma dels costats.

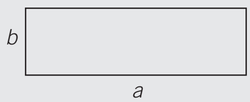
  Rectangle: $P = a + b + a + b$ $\qquad$ Quadrat: $P = a + a + a + a$

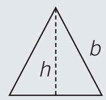




- **Àrea** d'un polígon és la mesura de la seva superfície.

  Rectangle: $A = b \cdot a$ $\qquad$ Quadrat: $A = a \cdot a = a^2$ $\qquad$ Triangle: $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$





El llenguatge que fem servir habitualment s'anomena llenguatge **usual**, i l'emprem quan escrivim i/o parlem. També fem servir el llenguatge **numèric**, en què utilitzem nombres i signes aritmètics.

EXEMPLE

Llenguatge usual	Llenguatge numèric
La suma de dos més quatre és sis.	$2 + 4 = 6$
Deu menys tres és set.	$10 - 3 = 7$
Vuit dividit entre dos és quatre.	$8 : 2 = 4$
El quadrat de tres és nou.	$3^2 = 9$
La meitat de dotze és sis.	$\dfrac{12}{2} = 6$

1 **Expressa les frases següents amb llenguatge numèric:**

a) El triple de dos és sis.
b) Vint dividit entre cinc és quatre.
c) Quinze menys vuit és set.
d) El cub de dos és vuit.
e) La quarta part de dotze és tres.
f) La suma d'onze més nou és vint.
g) Catorze entre dos és set.

- A més del llenguatge escrit i el llenguatge numèric, s'utilitzen **lletres**, normalment minúscules, per designar un nombre qualsevol i per substituir nombres.
- El llenguatge que utilitza lletres en combinació amb nombres i signes s'anomena **llenguatge algebraic**. La part de les Matemàtiques que estudia la relació entre nombres, lletres i signes rep el nom de *Àlgebra*.
- Les lletres més usuals són: x, y, z, a, b, c, m, n, t, r, s, i representen qualsevol nombre.

EXEMPLE

Llenguatge usual	Llenguatge numèric
La suma de dos nombres.	$a + b$
Un nombre augmentat en quatre unitats.	$x + 4$
El triple d'un nombre.	$3 \cdot m$

2 **Completa la taula següent:**

LLENGUATGE USUAL	LLENGUATGE ALGEBRAIC
El doble d'un nombre	
Un nombre disminuït en tres unitats	
La meitat d'un nombre	
El quadrat d'un nombre	
El triple d'un nombre	
Un nombre augmentat en cinc unitats	

3 **Escriu amb llenguatge numèric o algebraic, segons correspongui.**

EXPRESSIÓ	LLENG. NUMÈRIC	LLENG. ALGEBRAIC	S'EXPRESSA
La suma de 15 i 20	Sí	No	$15 + 20$
La diferència entre *a* i *b*			
El quadrat de *c*			
La diferència entre 15 i 9			
El doble de 6			
El triple de *y*			
El doble de *x* més dues unitats			

4 **Escriu les frases en llenguatge numèric o algebraic, segons correspongui.**

EXPRESSIÓ	LLENG. NUMÈRIC	LLENG. ALGEBRAIC	S'EXPRESSA
La diferència entre *a* i *b* és igual a 10	No	Sí	$a - b = 10$
Tres elevat al quadrat és igual a 9			
La quarta part de *x* és 6			
La suma de deu i nou és dinou			
El triple de deu vegades *y* és igual a dotze			
El doble de nou és 18			
La teva edat fa quatre anys			
La teva edat d'aquí a quatre anys			

6 OBJECTIU 2
OBTENIR EL VALOR NUMÈRIC D'UNA EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

Una **expressió algebraica** és el conjunt de lletres i nombres combinats amb els signes de les operacions aritmètiques: suma, resta, multiplicació, divisió i potenciació.

EXEMPLE

- L'**àrea** d'un quadrat s'obté multiplicant la mesura dels costats:

$$A = l \cdot l = l^2$$

- El **perímetre** d'un camp de futbol és la suma dels costats (bandes):

$$P = x + y + x + y$$

EXEMPLE

$a + b$	$2 \cdot a$
$\frac{x}{3} + 1$	$x^2 + 1$
$3 \cdot (a + b)$	$x + y - 5$

1 **Utilitza expressions algebraiques per expressar les informacions següents:**

EXPRESSIÓ ESCRITA	EXPRESSIÓ ALGEBRAICA
El doble de la suma de dos nombres	$2 \cdot (x + y)$
L'àrea d'un quadrat de costat dos	
El quadrat d'un nombre més quatre unitats	
El perímetre d'un camp de bàsquet (llarg *b* i ample *a*)	
El producte de tres nombres qualssevol	
La meitat d'un nombre	
El doble d'un nombre més tres unitats	

2 **Inventa frases per a aquestes expressions algebraiques:**

EXPRESSIÓ ESCRITA	EXPRESSIÓ ALGEBRAICA
	$a + b$
	$\frac{x}{4}$
	$m + 2$
	$3 \cdot (a \cdot b)$
	$\frac{x}{3} + 2$
	$2 \cdot (x - y)$

El **valor numèric** d'una expressió algebraica és el nombre que resulta de **substituir** les lletres per nombres i fer les operacions que s'indiquen.

EXEMPLE

Troba el valor numèric de l'expressió $2 \cdot x + 1$ per a $x = 1$.

Primer cal substituir la x de l'expressió pel valor que s'indica: 1.

$$2 \cdot 1 + 1$$

Fem l'operació i n'obtenim el resultat, el valor numèric:

$$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

3 **Troba el valor numèric de l'expressió $3 \cdot x - 5$ quan x pren els valors següents:**

a) $x = 0$
$3 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$

b) $x = 2$

c) $x = 1$

d) $x = -2$

e) $x = -1$

f) $x = -3$

4 **Calcula el valor de les expressions per a aquests valors:**

Valor de x	$3 \cdot x - 2$	$x^2 + 1$
$x = 1$	$3 \cdot 1 - 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	$1^2 + 1 =$ $= 1 + 1 = 2$
$x = 2$		
$x = -1$		
$x = 0$		
$x = -2$		

Valor de a i b	$5 \cdot a - 2 \cdot b$	$(a + b)^2$
$a = 0$ $b = 1$	$5 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$ $= 0 - 2 = -2$	$(0 + 1)^2 =$ $= 1^2 = 1$
$a = 1$ $b = 2$		
$a = -1$ $b = -2$		
$a = 2$ $b = 3$		
$a = -2$ $b = -3$		

IDENTIFICAR MONOMIS. FER OPERACIONS AMB MONOMIS

NOM: ______________________ CURS: ____________ DATA: ____________

MONOMIS

Un **monomi** és l'expressió algebraica més simple i està formada per productes de lletres i nombres.

- Els nombres s'anomenen **coeficients**.
- Les lletres s'anomenen **part literal**.

Exemples de monomis: $2 \cdot x$; $5 \cdot x^2$; $-x$; x; $-3 \cdot y^2$; $3 \cdot a \cdot b$

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL
$2 \cdot x$	2	x

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL
$-3 \cdot a \cdot b$	-3	$a \cdot b$

REGLES PER ESCRIURE MONOMIS

1a El factor 1 no es posa.
$1 \cdot x \cdot y$ és igual que $x \cdot y$.

2a L'exponent 1 no s'indica:
$-3 \cdot x^1 \cdot y^2$ és igual que $-3 \cdot x \cdot y^2$.

3a El signe de multiplicació no es posa ni entre els nombres ni entre les lletres:
$2 \cdot a \cdot b^2$ és igual que $2ab^2$.

1 **Completa les taules següents:**

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL
$-5ab$	-5	
x^3		

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL
$4xyz$	-5	
$-3ab^2c$		

GRAU D'UN MONOMI

Els monomis es classifiquen per graus. El **grau** d'un monomi és el nombre que resulta de sumar tots els exponents de la part literal del monomi.

EXEMPLE

MONOMI	GRAU	EXPLICACIÓ
$2x$	1	L'exponent de x és 1.
$-4x^2y$	3	La suma dels exponents de x^2y^1 és 3.
$-5ab$	2	La suma dels exponents de a^1b^1 és 2.

2 **Completa la taula següent:**

VALOR DE x	COEFICIENT	PART LITERAL	GRAU	EXPLICACIÓ DEL GRAU
$2x$	2	x	1	
$-4a^2bc^3$				
$3x^3$				

MONOMIS SEMBLANTS

Dos o més monomis són **semblants** quan tenen la mateixa part literal.

EXEMPLE

MONOMIS		PART LITERAL		SÓN SEMBLANTS?
$2x$	$3x$	x	x	Sí
$4x^2y$	$2xy^2$	x^2y	xy^2	No

3 **Per a cada monomi escriu-ne dos que siguin semblants i les seves parts literals.**

MONOMI	SEMBLANT	SEMBLANT	PART LITERAL
$3x$			
$-2a^2b$			
$-5x^3$			
$-y^2z^3$			

POLINOMIS

Un **polinomi** és una expressió algebraica formada per sumes i/o restes de dos o més monomis **no semblants**.

- Cada un dels sumands s'anomena **terme**.
- Un terme pot tenir coeficient i part literal, o només coeficient i/o part literal.
- Hi ha termes que només tenen nombres. Són els termes independents.
- Els polinomis també es poden classificar per graus.

El terme de grau més gran determina el grau del polinomi sumant-hi els exponents de la seva part literal.

EXEMPLE

POLINOMI	TERMES	T. INDEPENDENT	GRAU DEL POLINOMI
$3x^3 + 5x - 4$	$3x^3 \quad 5x \quad -4$	-4	El grau de x^3 és 3
$-2ab + 4b$	$-2ab \quad 4b$	No en té	El grau de a^1b^1 és 2

4 **Completa la taula següent:**

POLINOMI	TERMES	T. INDEPENDENT	GRAU DEL POLINOMI
$-2x^2 + 3x - 1$			
$4ab - 2a^2b$			
$6x^3 - 5x^2 + 2x - 4$			
$7xy + 2y$			

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

5 **Escriu un polinomi de grau 3 que tingui dos termes i un altre amb tres termes.**

6 **Indica el grau dels monomis i polinomis següents:**

a) $4x + 3x^2 + 1$

b) $4x^2y$

c) $x^3 - 1$

d) $3x + 4x^2 - 2x^3 - 8$

SUMA I RESTA DE MONOMIS

- La **suma** o **resta** de monomis es poden fer si són semblants, és a dir, si tenen la mateixa part literal.
- El resultat és un altre monomi que té com a coeficient la suma o resta dels coeficients i la mateixa part literal.

□□□ + □□ = □□□□□
$3p + 2p = 5p$ } Són monomis semblants. La part literal és p.

□□□□□ − □□ = □□□
$5p - 2p = 3p$ } Són monomis semblants. La part literal és p.

□□□ + □□ = □□□□□
$3p + 2g = 3p + 2g$ } Són monomis no semblants. La suma es deixa indicada.

7 **Fes les operacions següents:**

a) $x + x + x + x + x + x =$

b) $x^2 + x^2 =$

c) $5ab + 3ab - 2ab =$

d) $5a - 2a - 4a =$

e) $2x^3 - x^3 =$

f) $6p + 2p + 5p =$

8 **Escriu dos monomis semblants i suma'ls.**

a) $x +$ …….. + …….. =

b) …….. + …….. + $3a =$

c) …….. + $2x^3$ + …….. =

d) …….. + …….. + $3xy =$

9 **Escriu un altre monomi semblant i resta'ls.**

a) $6x -$ …….. =

b) …….. $- 5x^2 =$

c) $8ab -$ …….. =

d) …….. $- 3xy =$

10 **Redueix les expressions següents:**

a) $x^2 + 4x + 5x^2 + x = 6x^2 + 5x$

b) $6x^2 - 7x + 2x^2 - x =$

c) $3x^3 - 2x + 5x^2 - x^3 + 4x^2 =$

d) $7ab + 5ab - ab + 6ab - 2ab =$

e) $3xy - xy + 2xy + 5x - 2y + y + x =$

f) $2a - 5a + 4a - a + 10a - 6a =$

MULTIPLICACIÓ DE MONOMIS

- La multiplicació entre monomis és un altre monomi que té:
  – Com a coeficient, el producte dels coeficients (nombres).
  – Com a part literal, el producte de les parts literals (lletres).
- Recorda el producte de potències de la mateixa base, la multiplicació de nombres enters i la regla dels signes.

$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$

$+ \cdot + = +$	$+ \cdot - = -$
$- \cdot - = +$	$- \cdot + = -$

EXEMPLE

$2x \cdot 3x^2$

$$\left.\begin{array}{l} 2 \cdot 3 = 6 \\ x \cdot x^2 = x^3 \end{array}\right\} 2x \cdot 3x^2 = 6x^3$$

$-4x^2 \cdot 5x^3$

$$\left.\begin{array}{l} -4 \cdot 5 = -20 \\ x^2 \cdot x^3 = x^5 \end{array}\right\} -4x^2 \cdot 5x^3 = -20x^5$$

11 **Fes les operacions següents:**

a) $3a \cdot 2a =$

b) $5a \cdot (-5a^2) =$

c) $2x \cdot 3x \cdot 4x =$

d) $(-3a) \cdot (-4a^2) =$

e) $x \cdot x \cdot x =$

f) $(-4x) \cdot (3x^2) =$

12 **Opera i redueix, eliminant els parèntesis. Fixa't en l'exemple.**

Exemple: $2 \cdot (2x - 3) = 2 \cdot 2x - 2 \cdot 3 = 4x - 6$

a) $2 \cdot (x + 1) =$

b) $3 \cdot (x^2 + x) + 5x =$

c) $2 \cdot (x - 2) =$

d) $-4 \cdot (x^2 - x) - 2x =$

DIVISIÓN DE MONOMIOS

- La **divisió** de dos monomis és un altre monomi que té:
  – Com a coeficient, el quocient dels coeficients.
  – Com a part literal, el quocient de les parts literals.
- Recorda la divisió de potències de la mateixa base, la divisió de nombres enters i la regla dels signes.

$x^5 : x^2 = x^{5-2} = x^3$

$+ : + = +$	$+ : - = -$
$- : - = +$	$- : + = -$

EXEMPLE

$$\frac{\mathbf{8x^2}}{\mathbf{2x}} = \frac{8}{2} \cdot \frac{x^2}{x} = 4x$$

$8 : 2 = 4$; $x^2 : x = x^{2-1} = x$

$$-\frac{\mathbf{12x^5}}{\mathbf{3x^5}} = -\frac{12}{3} \cdot \frac{x^5}{x^5} = -4 \cdot 1 = -4$$

$-12 : 3 = -4$; $x^5 : x^5 = x^{5-5} = x^0 = 1$

13 **Calcula.**

a) $\dfrac{x^3}{x} =$

b) $\dfrac{-3x^4}{5x^2} =$

c) $\dfrac{6a^4}{2a^3} =$

d) $\dfrac{15x^2}{3y^2} =$

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

COMPRENDRE EL SIGNIFICAT D'IGUALTAT, IDENTITAT I EQUACIÓ

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

IGUALTAT

Una **igualtat** és una expressió **matemàtica** separada per un signe igual (=).

Les igualtats poden ser:

- **Numèriques**, si només hi apareixen nombres.
  $5 + 2 = 7$ o certa
  $5 + 2 = 8$ o falsa
- **Algebraiques**, si hi apareixen nombres i lletres.
  $10 + x = 13$

1 **Escriu tres igualtats numèriques i tres més d'algebraiques.**

Numèriques

Algebraiques

2 **Indica si les igualtats següents són certes o falses. Raona les respostes.**

a) $(3 \cdot 7) + 21 = 15 + 10$

b) $22 - 10 = 8 \cdot 2$

c) $(6 \cdot 4) - 5 = (7 \cdot 2) + 7$

d) $25 : 5 = (10 \cdot 5) - (9 \cdot 5)$

IDENTITAT

Una **identitat** és una igualtat algebraica (nombres i lletres) que es compleix per a qualsevol valor de les lletres.

EXEMPLE

$\boldsymbol{x + x = 2x}$

Si $x = 1$: $1 + 1 = 2 \cdot 1$; $2 = 2$

$\boldsymbol{a + b = b + a}$

Si $a = 1$, $b = 2$: $1 + 2 = 2 + 1$; $3 = 3$

3 **Comprova que les identitats es compleixen; dóna valors i verifica'n la igualtat.**

a) $2x + x = 3x$

b) $a \cdot b = b \cdot a$

4 **Digues si són certes o falses les identitats següents:**

a) $a + b = b + a$

b) $x + x = 2x$

c) $a - b = b - a$

d) $x \cdot x = x^2$

e) $x + x = x^2$

f) $x \cdot x = 2x$

EQUACIÓ

Una **equació** és una igualtat algebraica que només es compleix per a determinats valors de les lletres.

EXEMPLE

$\boldsymbol{x + 2 = 8}$ ⟶ Només es compleix quan x pren el valor 6 : $6 + 2 = 8$.

5 **Indica quines de les expressions són igualtats, identitats o equacions.**

EXPRESSIÓ	TIPUS
$6 + 5 = 11$	
$3 + x = 15$	
$a + b = b + a$	
$7 + 3 = 10$	
$20 - x = 4$	
$x + x + x = 3x$	

6 **Troba mentalment el valor *x* en les equacions següents:**

EXPRESSIÓ	VALOR DE *x*	RAONAMENT
$5 + x = 7$	$x = 2$	$5 + 2 = 7$
$11 - x = 6$		
$9 - x = 1$		
$10 - x = 3$		
$x + 1 = 1$		
$10 - 2x = 4$		

7 **Completa els buits per verificar les equacions.**

a) .... $+ 5 = 15$

c) .... $- 6 = 11$

e) .... $+ 8 = 12$

b) $3 -$ .... $= 3$

d) $17 +$ .... $= 20$

f) $22 -$ .... $= 12$

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

RESOLDRE EQUACIONS SENZILLES DE PRIMER GRAU

NOM: ______________________ CURS: ____________ DATA: ____________

LES EQUACIONS I LA SEVA ESTRUCTURA

Membres

Una equació és una igualtat algebraica que està separada per un signe igual (=).

Aquest signe diferencia dues parts de l'equació, anomenades **membres**, que contenen termes formats per nombres i/o lletres.

Primer membre	=	Segon membre
$5 + x$	=	12
Terme: 5, x		Terme: 12

Incògnites

La incògnita és el valor que desconeixem i volem trobar. És un valor numèric i es representa habitualment per les lletres x, y, z, a, b.

- En l'equació $5 + x = 12$, x és la incògnita, el valor que desconeixem.
- El terme x té grau 1, $x = x^1$, i per tant aquestes equacions s'anomenen **equacions de primer grau amb una incògnita**.

Solució

La solució és el valor numèric que hem de trobar perquè es verifiqui una equació.

- En l'equació $5 + x = 12$, $x = 7$ és la solució de l'equació.
- Si substituïm la incògnita pel seu valor es verifica l'equació: $5 + 7 = 12$.

1 **Completa la taula següent:**

EQUACIÓ	PRIMER MEMBRE	SEGON MEMBRE	TERMES	INCÒGNITA	GRAU
$7 + x = 20$					
$18 = 2x$					
$5x = 12 + x$					
$14 - 3x = 8 + x$					

2 **Indica la solució de les equacions.**

a) $7 + x = 20$

b) $15 - x = 12$

c) $3x = 6$

d) $18 = 2x$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS

Resolució per tempteig

Aquest mètode utilitza el raonament i la intuïció per provar valors numèrics en enunciats senzills i obtenir-ne la solució.

- En l'equació: $x + 5 = 12$, la pregunta seria: Quin nombre sumat a 5 dóna 12?
- Solució: $x = 7$, ja que $7 + 5 = 12$.

3 **Completa la taula.**

EQUACIÓ	PREGUNTA	SOLUCIÓ	COMPROVACIÓ
$x + 8 = 11$	Quin nombre sumat a 8 dóna 11?	$x = 3$	$3 + 8 = 11$
$x - 6 = 9$			
$18 = 2x$			
$x^2 = 4$			

4 **Calcula la solució per tempteig.**

EQUACIÓ	SOLUCIÓ
$x + 1 = 7$	
$14 = 2x$	
$\frac{x}{6} = 3$	
$x^2 = 9$	

REGLES PRÀCTIQUES PER RESOLDRE EQUACIONS

L'objectiu de resoldre equacions és trobar la incògnita. Per fer-ho, hem d'aconseguir «deixar-la sola», aïllar-la i trobar el valor numèric que verifica la igualtat.

1r Observem l'equació. Detectem en quin membre o membres hi ha la incògnita o incògnites.

2n En cas que n'hi hagi, reduïm termes que siguin semblants (nombres i/o lletres).

3r Per aïllar la incògnita, hem de transposar els termes que acompanyen les incògnites mitjançant operacions aritmètiques.

Si en els dos termes d'una equació es fa la mateixa operació (suma, resta, multiplicació o divisió), la igualtat no varia, i se n'obté una altra d'equivalent.

4t Reduïm termes semblants (nombres i/o lletres).

5è Aïllem la incògnita i en trobem el valor numèric.

EXEMPLE

Resol l'equació $5 + x = 12$.

1r $5 + x = 12$. Observem que la incògnita és al primer membre.

2n No hi ha termes semblants per reduir.

3r $5 + (-5) + x = 12 + (-5)$. Aïllem x. Transposem 5, i sumem l'oposat (-5) a tots dos membres.

4t $0 + x = 12 - 5$. Reduïm termes semblants.

5è $x = 7$. Aïllem i trobem el valor numèric de la incògnita.

5 **Resol les equacions següents:**

a) $x + 10 = 16$

$x + 10 = 16$

$x + 10 + (-10) = 16 + (-10)$

$x + 0 = 16 - 10$

$x = 4$

b) $12 = 6 + x$

c) $x - 7 = 3$

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

6 **Troba la solució de les equacions.**

a) $4x - 7 = 3 - x$

	Les incògnites són en el primer i el segon membre.
	No hi ha termes semblants per reduir.
$4x - 7 + (+7) + x = 3 - x + (+7)$	Agrupem les incògnites i els nombres per separat.
$4x - 7 + 7 = 3 - x + 7$	Transposem -7 sumant l'oposat $(+7)$ en tots dos membres.
$4x = 10x$	Reduïm termes semblants.
$4x + (+x) = 10 - x + (+x)$	Transposem $-x$ sumant l'oposat en tots dos membres.
	Reduïm termes semblants.
$4x + x = 10$	Transposem 5 dividint entre 5 en tots dos membres.
$5x = 10$	
$\dfrac{5x}{5} = \dfrac{10}{5}$	Reduïm termes.
$x = 2$	Aïllem la incògnita i en trobem el valor numèric.

b) $6x - 2x = 8$

c) $8x - 5x = 12$

7 **Resol aquestes equacions:**

a) $3x + 2 + x = 8 + 2x$

b) $x + 8 = 3x - 6$

c) $5x - 3x = 20 + x$

8 **Completa la resolució de les equacions, donant prioritat a les operacions entre parèntesis.**

a) $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$
$3x - 9 = 5x - 5 - 6x$

b) $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$
$-2x + 3 = 2x + 12 - 7x$

8 Proporcionalitat numèrica

INTRODUCCIÓ

La proporcionalitat numèrica és un concepte que resulta complex i difícil de comprendre a l'alumnat si no s'ha adquirit soltesa en aspectes com les operacions de multiplicació i divisió de nombres enters i per la unitat seguida de zeros, l'equivalència de fraccions, la fracció com a expressió decimal i d'una quantitat i el percentatge.

Mitjançant la comprensió dels conceptes de magnitud, proporció, raó i constant de proporcionalitat, s'apliquen les proporcions i els seus mètodes de resolució de problemes a situacions de la vida quotidiana.

Les relacions entre magnituds inversament proporcionals plantegen un grau més alt de dificultat, i s'estudiaran mitjançant relacions entre proporcions.

Així mateix, s'introdueixen els conceptes de percentatges, que fan possible expressar numèricament situacions de la vida real.

En aquesta unitat també presentem la resolució de problemes amb percentatges, augments i disminucions percentuals.

RESUM DE LA UNITAT

- *Raó* és el quocient entre dos nombres o quantitats $\frac{a}{b}$. El nombre *a* s'anomena *antecedent* i *b* és el *consegüent*.
- *Proporció* és la igualtat entre dues raons.
- En una proporció, el producte de mitjos és igual al producte d'extrems.
- Dues *magnituds* són *directament proporcionals* si la raó entre dues quantitats corresponents de totes dues és sempre la mateixa.
- Dues *magnituds* són *inversament proporcionals* quan, en augmentar-ne o disminuir-ne una, disminueix o augmenta l'altra en la mateixa quantitat.
- Els *percentatges* són quantitats d'una magnitud corresponents a 100 unitats de l'altra magnitud.

OBJECTIUS	CONTINGUTS
1. Identificar la relació de proporcionalitat entre dues magnituds.	• Concepte de magnitud. • Proporcionalitat. Constant de proporcionalitat. • Sèries de raons iguals. Propietats. • Identificació de relacions de proporcionalitat. • Realització de taules de valors proporcionals.
2. Reconèixer magnituds directament proporcionals.	• Magnituds directament proporcionals. • Identificació de magnituds directament proporcionals.
3. Reconèixer magnituds inversament proporcionals.	• Magnituds inversament proporcionals. • Identificació de magnituds inversament proporcionals.
4. Comprendre el concepte de percentatges. Fer operacions i resoldre problemes de percentatges.	• Concepte de percentatge. • Resolució de problemes mitjançant l'ús del tant per cent.

IDENTIFICAR LA RELACIÓ DE PROPORCIONALITAT ENTRE MAGNITUDS

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

- Per **multiplicar** un nombre per **10**, **100**, **1.000**..., es desplaça la coma a la dreta tants llocs com zeros tingui la unitat: 1, 2, 3...

  $3{,}47 \cdot 100 = 347$ $\qquad$ $589 \cdot 1.000 = 589.000$

- Per **dividir** un nombre entre **10**, **100**, **1.000**..., es desplaça la coma a l'esquerra tants llocs com zeros tingui la unitat: 1, 2, 3...

  $25{,}87 : 100 = 0{,}2587$ $\qquad$ $29 : 10 = 2{,}9$

- En **dividir** el numerador entre el denominador d'una fracció, s'obté un nombre decimal. És el valor numèric de la fracció.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3{,}5$$

- Dues fraccions són **equivalents** si els seus productes creuats són iguals.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} \qquad \frac{2}{5} \;\; \frac{6}{15} \qquad 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6;\ 30 = 30$$

CONCEPTE DE MAGNITUD

- Una **magnitud** és una qualitat o una característica d'un objecte que podem mesurar.
  Exemple: longitud, massa, nombre d'alumnes, capacitat, velocitat, etc.
- Les magnituds s'expressen en unitats de mesura.
  Exemple: metres, quilòmetres, quilograms, grams, nombre de persones, litres, centilitres, quilòmetres per hora, metres per segon, etc.
- Per a cada una d'aquestes mesures hi ha diferents quantitats d'aquesta magnitud.
  Exemple: un regle d'1 metre, una caixa de 2 quilograms, una bóta de 5 litres, 95 km/h, etc.

1 **Indica si són magnituds o no.**

a) El pes d'un sac de patates.
b) L'afecte.
c) Les dimensions de la teva taula.
d) La bellesa.
e) Els litres d'aigua d'una piscina.
f) El riure.

2 **Indica dues unitats de mesura per a cada magnitud.**

a) El preu d'una bicicleta.
b) La distància entre dos pobles.
c) El pes d'una bossa de taronges.
d) El contingut d'una ampolla.
e) L'aigua d'un embassament.
f) La longitud de la banda d'un camp de futbol.

PROPORCIONALITAT

En un menjador escolar cada alumne es menja 2 croquetes. Dos alumnes mengen 4 croquetes; 3 alumnes, 6 croquetes; 4 alumnes, 8 croquetes... Quantes croquetes mengen 9 alumnes? I 12 alumnes? I 15 alumnes?

NOMBRE D'ALUMNES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NOMBRE DE CROQUETES	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Les sèries de nombres de les dues magnituds, el nombre d'alumnes i el de croquetes, són proporcionals entre si, perquè es pot passar d'una sèrie a una altra multiplicant o dividint pel mateix nombre (2).
- Diem que entre les magnituds, el nombre d'alumnes i el nombre de croquetes que es mengen, hi ha proporcionalitat.
- La relació entre les magnituds s'expressa mitjançant una taula anomenada **taula de proporcionalitat**.

3 **Esbrina el nombre pel qual s'ha de multiplicar i/o dividir per passar d'una sèrie a una altra, tenint en compte que tots dos nombres han de ser proporcionals.**

a)

1	2	3	4	5		6
	10	15			30	

b)

1	2				6	7
3	6	9		15		

c)

3	4	5	6	7	8	9
						18

d)

1	10	100		10.000
10	100		10.000	

4 **En un mercat, 1 kg de pomes costa 1,50 €. Elabora una taula de proporcionalitat amb les magnituds: massa de pomes (d'1 a 10 kg) i el preu corresponent.**

PES (kg)	1									
PREU (€/kg)	1,50									

RAÓ ENTRE DOS NOMBRES O QUANTITATS

- Una **raó** és el quocient entre dos nombres qualssevol o quantitats que es poden comparar.
- Si a i b són dos nombres, la raó entre aquests és $\frac{a}{b}$.
- No s'ha de confondre raó amb fracció:
  – En una raó, els nombres a i b poden ser nombres naturals i/o decimals.
  Per tant, $\frac{2{,}5}{5}$, $\frac{4}{3{,}5}$, $\frac{10}{25}$ són raons.
  – En una fracció, els nombres a i b són nombres naturals, i $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{10}{25}$ són fraccions.

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

5 **Indica si aquests quocients són fraccions o raons:**

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{0,5}{7}$ c) $\frac{5}{10}$ d) $\frac{3,5}{9}$ e) $\frac{4}{8}$

Recordem l'exemple dels alumnes i les croquetes:

NOMBRE D'ALUMNES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NOMBRE DE CROQUETES	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Podem expressar les raons dels valors de cada magnitud de la manera següent:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots, \frac{9}{18}, \dots, \frac{12}{24}, \dots, \frac{15}{30}$$

Són raons de les magnituds, nombre d'alumnes i croquetes.

- Observem que:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{3}{6} = 0,5 \quad \frac{4}{8} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{9}{18} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{12}{24} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{15}{30} = 0,5$$

Formen una sèrie de raons iguals. Tenen el mateix valor: 0,5.

- La igualtat de dues raons forma una **proporció**:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0,5 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0,5 \qquad \frac{9}{18} = \frac{12}{24} = 0,5$$

- El quocient de les raons d'una proporció s'anomena **constant de proporcionalitat** (0,5).

6 **Completa aquestes sèries de raons iguals:**

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

b) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{12}{30} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

c) $\frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

d) $\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{27}{63} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

7 **Completa les taules, forma raons iguals, escriu les proporcions i indica la constant de proporcionalitat.**

a)

2	3	6	15	100
4				

b)

1		3		5	6
10					

PROPIETATS DE LES RAONS IGUALS

1a La suma dels antecedents dividida entre la suma dels consegüents és igual a la raó de proporcionalitat.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1+2+3+4}{2+4+6+8} = \frac{10}{20} = 0{,}5$$

2a En una una proporció, el producte d'extrems és igual al producte de mitjos. Recorda el concepte de fraccions equivalents i els productes creuats.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a \cdot d = b \cdot c \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} \quad 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

8 **Comprova les propietats de les raons iguals de l'exercici 7.**

9 **Una entrada de cinema costa 5 €. Quant costaran 2, 4, 6, 8 i 10 entrades?**

a) Forma la taula de valors.
b) Escriu les raons iguals.
c) Calcula la constant de proporcionalitat.
d) Comprova les propietats de raons iguals.

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

RECONÈIXER MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

En un estable amb 6 kg de pinso s'alimenten 10 vaques; amb 12 kg, 20 vaques; amb 18 kg, 30 vaques; amb 24 kg, 40 vaques; amb 30 kg, 50 vaques...

Formem la taula de valors de les dues magnituds:

PINSO (kg)	6	12	18	24	30
NOMBRE DE VAQUES	10	20	30	40	50

Observem que:

1r En augmentar els quilos de pinso (doble, triple...), augmenta el nombre de vaques en la mateixa proporció (doble, triple...).
En disminuir una magnitud (meitat, terç...), l'altra disminueix de la mateixa manera (meitat, terç...).

2n La raó entre dos valors qualssevol de quilos de pinso i nombre de vaques forma una proporció: $\frac{6}{10} = \frac{12}{20}$ $\quad \frac{18}{30} = \frac{24}{40}$ $\quad \frac{6}{10} = \frac{30}{50}$

3r La constant de proporcionalitat de dos o més valors de quilos de pinso i nombre de vaques és la mateixa:

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{18}{30} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = 0{,}6$$

Per tant, les magnituds, pinso i nombre de vaques, són **directament proporcionals**.

1 **Indica si les magnituds següents són directament proporcionals:**

a) El pes de taronges (en quilograms) i el seu preu.
b) La velocitat d'un cotxe i el temps que triga a recórrer una distància.
c) El nombre d'operaris d'una obra i el temps que triguen a acabar-la.
d) El nombre de fulls d'un llibre i el seu pes.
e) El preu d'una tela i els metres que se'n compraran.
f) L'edat d'un alumne o alumna i la seva alçada.

2 **En un supermercat hi trobem la informació següent:**

«1 ampolla de refresc de cola costa 3,50 €; 2 ampolles, 6 €; 4 ampolles, 11 €; 6 ampolles, 16 €.»

Indica si les magnituds, el nombre d'ampolles de refresc i el preu que se'n paga, són directament proporcionals. Raona la resposta.

3 **Completa les taules perquè els valors siguin directament proporcionals. Comprova-ho aplicant les propietats anteriors.**

a)

3	6	12	24	48
4				

b)

4	8	12	16	4.820
1				

EXEMPLE

Si 3 retoladors costen 6 €, quant costaran 7 retoladors?

- Hi intervenen dues magnituds, el nombre de retoladors i el preu, que són directament proporcionals: com més retoladors comprem, més diners costaran.
- Coneixem tres quantitats d'aquestes magnituds:
  2 quantitats de retoladors: 3 i 7.
  1 quantitat de preu: 6 €, que correspon a 3 retoladors.
- Desconeixem una quarta quantitat: el que costen 7 retoladors.

Es resol de la manera següent.

$$\left.\begin{array}{r}\text{Si 3 retoladors costen 6}\\ \text{7 retoladors costaran } x\end{array}\right\}$$

Són magnituds directament proporcionals:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{x} \qquad 3 \cdot x = 7 \cdot 6 \qquad 3x = 42 \qquad \frac{3x}{3} = \frac{42}{3} \qquad x = 14$$

7 retoladors costaran 14 €.

4 **Dos quilos de taronges costen 1,50 €. Quant costaran 5 kg? I 12 kg?**

5 **En una obra, dos obrers fan una rasa de 5 m. Si mantenen el mateix ritme de treball, quants metres de rasa obriran si s'incorporen a la feina 3 obrers més?**

6 **El preu de 12 fotocòpies és de 0,50 €. Quant costarà fer 30 fotocòpies?**

7 **Un ciclista recorre 75 km en 2 hores. Si manté sempre la mateixa velocitat, quants quilòmetres recorrerà en 5 hores?**

8. **Un túnel de rentatge neteja 12 cotxes en una hora (60 minuts). Quant temps trigarà a rentar 25 cotxes? I 50 cotxes?**

9. **Deu barres de pa costen 4,75 €. Quant costaran 18 barres? I 24 barres?**

10. **El preu de 9 bitllets d'autobús és 10 €. Quin serà el preu de 12 bitllets? I de 15 bitllets?**

11. **Si 5 ampolles de llet costen 3,75 €, quant en costarà una caixa de 12 ampolles? I una caixa de 36 ampolles?**

RECONÈIXER MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

Magnituds inversament proporcionals

- Dues magnituds són inversament proporcionals quan:
  – En **augmentar** una magnitud el doble, el triple..., l'altra **disminueix** el doble, el triple...
  – En **disminuir** una magnitud la meitat, la tercera part..., l'altra **augmenta** la meitat, la tercera part...
- En multiplicar (o dividir) un dels valors d'una magnitud per un nombre, el valor corresponent de l'altra magnitud queda dividit (o multiplicat) pel mateix nombre.

EXEMPLE

Una aixeta aboca 3 ℓ d'aigua cada minut i triga 15 minuts a omplir una bóta. Si augmentem el cabal a 6 ℓ per minut, trigarà 7,5 minuts a omplir-la. Si l'augmentem a 9 ℓ per minut, l'omplirà en 5 minuts. Si l'augmentem a 12 ℓ, trigarà 3,75 minuts, etc.

- Distingim dues magnituds: el cabal d'aigua (en litres per minut) i el temps (en minuts) a omplir la bóta.
  – En augmentar el nombre de litres per minut, disminueix el temps en què s'ompliria la bóta.
  – Si disminueix el cabal, augmenta el temps.
  – Són magnituds inversament proporcionals.

CABAL (litres/minut)	3	6	9	12
TEMPS (minuts)	15	7,5	5	3,75

- Veiem que en les raons de les proporcions s'inverteix l'ordre.

$$\frac{3}{6} = \frac{7,5}{15} = 0,5 \qquad \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = 0,3 \qquad \frac{12}{6} = \frac{7,5}{3,75} = 2$$

- En multiplicar (o dividir) un dels valors, el valor corresponent queda dividit (o multiplicat) pel mateix nombre.

· 2

3	6
15	7,5

: 2

· 4

3	12
15	3,75

: 4

· 3

3	9
15	5

: 3

1 **Indica si les magnituds següents són inversament proporcionals o no:**

a) La velocitat d'un cotxe i el temps que triga a recórrer una distància.

b) El nombre de netejadors d'un edifici i el temps que triguen a fer la feina.

c) El nombre de maons d'una paret i la seva alçària.

d) El pes de la fruita i els diners que costa.

e) La velocitat d'un corredor i la distància que recorre.

f) El nombre d'aixetes d'un dipòsit i el temps que triga a omplir-se.

2 **Completa les taules de valors següents:**

a)

5	10	20	4		
60	30			25	5

b)

1	2		4		
36		12		6	4

c)

8			3	1	6
3	12	4			

d)

6	3	21	7		1
7				1	

EXEMPLE

Deu paletes triguen 45 dies a construir una paret. Si es vol acabar l'obra en 15 dies, quants paletes faran falta?

- Les magnituds són el nombre de paletes i els dies de feina.
- Són inversament proporcionals: si volem fer l'obra en menys temps, s'hauria d'augmentar el nombre de paletes.

  Ho resolem de la manera següent:

$$\frac{10}{x} = \frac{15}{45} \rightarrow 10 \cdot 45 = x \cdot 15 \rightarrow 450 = 15x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{450}{15} = \frac{15x}{15} \quad x = 30$$

Farien falta 30 paletes per acabar la feina en 15 dies.

3 **Esbrina el nombre de paletes que farien la feina anterior si es vol acabar en 5 dies.**

4 **Un dipòsit d'aigua s'omple en 18 hores amb una aixeta de la qual surten 360 litres per minut.**

a) Quant trigaria a omplir-se el dipòsit si en sortissin 270 litres per minut?

b) I si en sortíssin 630 litres per minut?

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

SIGNIFICAT DEL PERCENTATGE, TANT PER CENT (%)

- Fixa't en les frases següents:
  «L'equip va guanyar aquest any el 85 % dels partits.»
  «El 9 % de l'alumnat de la classe supera els 13 anys.»
- En la vida diària s'utilitzen els nombres mitjançant expressions de percentatge.
- Expressar un **tant per cent** determinat (85 %, 9 %) d'una quantitat (partits, alumnes) consisteix a dividir aquesta quantitat en 100 parts i agafar, prendre, indicar, assenyalar... la xifra indicada.

EXEMPLE

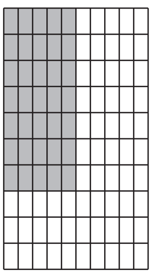
	%	SIGNIFICAT	FRACCIÓ	VALOR	ES LLEGEIX
L'equip va guanyar el 85 % dels partits.	85	85 de cada 100	$\frac{85}{100}$	0,85	85 per cent
El 9 % de l'alumnat supera els 13 anys.	9	9 de cada 100	$\frac{9}{100}$	0,09	9 per cent

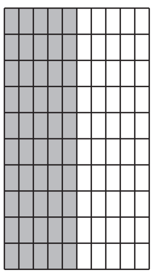
1 **Completa la taula següent.**

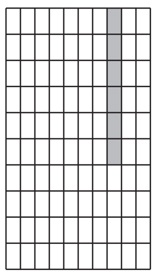
%	SIGNIFICAT	FRACCIÓ	VALOR	ES LLEGEIX
7				
			0,15	
		$\frac{38}{100}$		
	4 de cada 100			

2 **Expressa la fracció i el tant per cent que representa la zona acolorida.**

FRACCIÓ			
%			

a)


b)


c)


PERCENTATGE D'UNA QUANTITAT

Si recordem el concepte de fracció d'una quantitat, el **tant per cent d'una quantitat** es pot calcular de dues maneres:

1a Multiplicant la quantitat pel tant per cent i dividint entre 100.

2a Dividint la quantitat entre 100 i multiplicant pel tant per cent.

EXEMPLE

L'Enric ha comprat unes sabatilles a les rebaixes. Les sabatilles marcaven un preu de 60 €, però li han fet un descompte del 15 % en l'article. Quants euros li han rebaixat del preu inicial?

$$15\ \%\ \text{de } 60 \begin{cases} \dfrac{(15 \cdot 60)}{100} = \dfrac{900}{100} = 9\ \text{€ li han descomptat.} \\ \dfrac{60}{100} \cdot 15 = 0{,}6 \cdot 15 = 9 = 9\ \text{€ li han descomptat.} \end{cases}$$

Un cas particular dels tants per cent d'una quantitat són els **augments i disminucions percentuals**, que consisteixen a sumar o restar, respectivament, el tant per cent a la quantitat a la qual s'aplica.

EXEMPLE

Després de fer el descompte al preu de les sabatilles, quant va haver de pagar l'Enric?

Una vegada fet el descompte, es resta a la quantitat el que valia l'article.

$60 - 9 = 51$ € Per tant, l'Enric va pagar 51 € per les sabatilles.

3 **Expressa els nombres en percentatges.**

a) $0{,}16 =$ c) $0{,}03 =$ e) $0{,}625 =$

b) $\dfrac{4}{5} =$ d) $\dfrac{7}{8} =$ f) $0{,}25 =$

4 **Calcula el 37,5 % de 50.**

5 **El nombre de nois del total d'alumnes de 1r ESO és el 80 % del nombre de noies. Si hi ha 30 noies, quants nois hi ha?**

Fixa't en el raonament:

Els nois són el 80 % de les noies, és a dir, el 80 % de 30.

$$80\ \%\ \text{de } 30 = \frac{80}{100}\ \text{de } 30 = \frac{80}{100} \cdot 30 =$$

11 Perímetres i àrees

INTRODUCCIÓ

En aquesta unitat repassem les unitats de longitud i superfície. S'introdueixen també algunes unitats de mesura del sistema mètric anglès, com la milla, la iarda i la polzada. Es posa l'èmfasi en aquelles unitats que més es fan servir per mesurar longituds i superfícies de figures geomètriques, que ja són conegudes per l'alumnat.

Aprendre a calcular el perímetre i l'àrea dels polígons principals és un dels objectius més importants d'aquesta unitat, atès que tots dos conceptes tenen una àmplia aplicació en la vida real.

Cal incidir en el càlcul de l'àrea del rectangle, el quadrat i el triangle. Per fer-ho cal practicar-ne les expressions matemàtiques amb els diferents exercicis proposats i utilitzar també la representació gràfica.

És fonamental entendre la relació entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre, el nombre π. Per fer-ho es proposen diversos exercicis basats en situacions de la vida real en què intervenen figures planes amb forma de circumferència, a fi que l'alumnat assimili aquests conceptes.

RESUM DE LA UNITAT

- El *metre* és la unitat principal de *longitud* (m). Per transformar una unitat de longitud en una altra es multiplica o es divideix per 10.
- Per expressar mesures i longituds de figures geomètriques es fan servir habitualment el *decímetre* (dm) i el *centímetre* (cm).
- El *metre quadrat* és la unitat principal de superfície (m^2). Per transformar una unitat de superfície en una altra, es multiplica o es divideix per 100.
- Per expressar superfícies de figures geomètriques es fa servir principalment el *decímetre quadrat* (dm^2) i el *centímetre quadrat* (cm^2).
- El *perímetre* d'un polígon es calcula sumant les longituds dels seus costats.
- La *longitud* o *perímetre* de la circumferència és igual al diàmetre multiplicat pel nombre π.
- L'*àrea* d'un polígon és la mesura de la seva superfície.

Rectangle	$A = b \cdot a$
Quadrat	$A = c \cdot c$
Rombe	$A = \dfrac{D \cdot d}{2}$
Romboide	$A = b \cdot a$
Triangle	$A = \dfrac{b \cdot a}{2}$
Polígon regular	$A = \dfrac{P \cdot a}{2}$

OBJECTIUS	CONTINGUTS
1. Reconèixer les diferents unitats de longitud i superfície. Fer canvis d'unitats.	• Unitats de longitud i superfície. • Mesurament de longituds d'objectes i superfícies amb quadrícules. • Realització de canvis en les unitats de longitud i superfície.
2. Calcular perímetres de polígons. Trobar la longitud de la circumferència.	• Perímetre d'un polígon. • Relació entre la longitud i el diàmetre d'una circumferència. • El nombre π. • Càlcul del perímetre dels polígons principals. • Realització d'exercicis pràctics. • Relació entre la longitud de la circumferència amb el seu diàmetre.
3. Calcular l'àrea dels polígons principals.	• Superfície d'un polígon: concepte de àrea. • Àrees dels polígons principals. • Càlcul de l'àrea dels paral·lelograms principals, el triangle i els polígons regulars. • Aplicació de la fórmula de l'àrea de les figures.

11

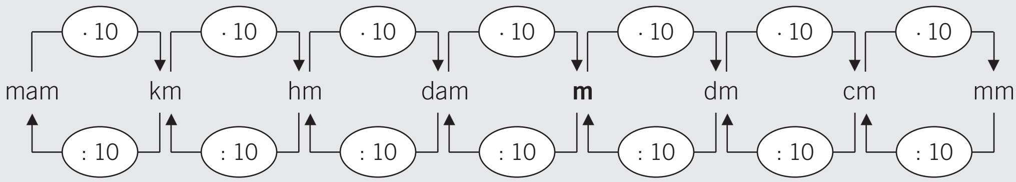
OBJECTIU 1

UNITATS DE LONGITUD I SUPERFÍCIE. FER CANVIS D'UNITATS

NOM: ______________________ CURS: ____________ DATA: ____________

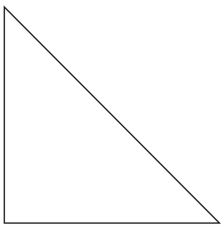
UNITATS DE LONGITUD

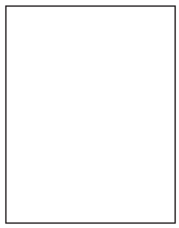
- El **metre** és la unitat principal de longitud. Abreujadament s'escriu **m**.
- Els múltiples (unitats majors) del metre són el decàmetre, l'hectòmetre i el quilòmetre.
- Els submúltiples (unitats menors) del metre són el decímetre, el centímetre i el mil·límetre.
- Per transformar una unitat de longitud en una altra es multiplica o es divideix per 10.

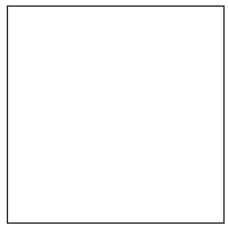


- Per expressar mesures i longituds de figures geomètriques, utilitzarem principalment el decímetre (dm), el centímetre (cm) i, de vegades, el metre (m).

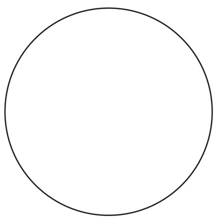
1 **Observa a la teva aula quins elements té la silueta d'aquests polígons. Mesura'ls i anota'n el resultat.**

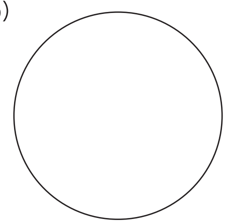
a) 

b) 

c) 

2 **Fes la mateixa operació, però amb elements que tinguin forma de circumferència. Mesura amb una cinta mètrica el contorn de la figura. Expressa'n el resultat en m i en cm.**

a) 

b) 

3 **Amb tres segments de mesura (30 mm, 0,5 dm i 7 cm), forma aquestes figures:**

a) Un quadrat de 3 cm de costat.
b) Un triangle equilàter de 5 cm de costat.
c) Un rectangle de 7 × 3 cm.

ALTRES UNITATS DE LONGITUD

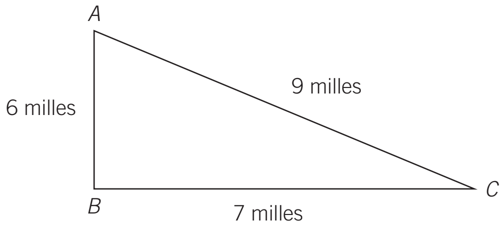
- Hi ha altres **unitats de longitud**, com, per exemple, la milla, la iarda i la polzada (mesures angleses).

  1 milla = 1.610,4 m
  1 iarda = 0,914 m
  1 polzada = 2,54 cm

- La **polzada** és una unitat que fem servir amb freqüència; així, quan diem que hem comprat un televisor de 25 polzades, ens estem referint a la mesura de la diagonal de la pantalla.

  25 polzades = 25 · 2,54 cm = 63,5 cm és la mida de la diagonal.

4 **La distància entre tres punts s'expressa en milles. Expressa-la en metres, quilòmetres i iardes.**



AB = 6 milles = ... metres = ... quilòmetres = ... iardes

BC = 7 milles = ... metres = ... quilòmetres = ... iardes

AC = 9 milles = ... metres = ... quilòmetres = ... iardes

5 **Expressa en cm i en mm les mesures del tauler del teu pupitre. Quin tipus de polígon és? Calcula'n la mitjana de la diagonal. Expressa-la en cm i en polzades. Després dibuixa'n una figura representativa.**

6 **En un establiment venen televisors de 14, 21, 25 i 28 polzades. Expressa en centímetres aquestes mesures.**

14 polzades = ... cm de ....

21 polzades = ... cm de ....

25 polzades = ... cm de ....

28 polzades = ... cm de ....

PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

MESURES DE SUPERFÍCIE

Figura *A*

Pintem 6 quadrícules, que es consideren 6 unitats quadrades. És la superfície de la figura.

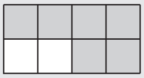
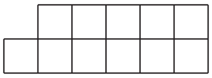


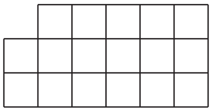
Figura *B*

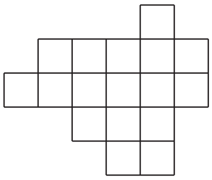
Pintem 10 quadrícules, que es consideren 10 unitats quadrades. És la superfície de la figura.

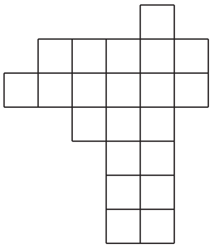
7 **Agafant com a unitat de mesura una unitat quadrada, calcula la superfície de les figures.**

a) 

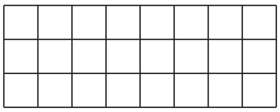
b) 

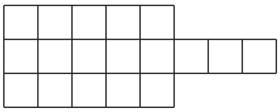
c) 

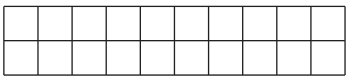
d) 

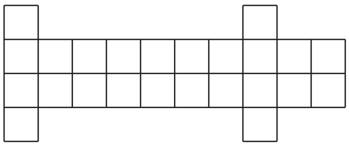
e) 

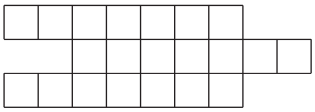
8 **Pintem les figures següents per obtenir 20 unitats quadrades de superfície:**

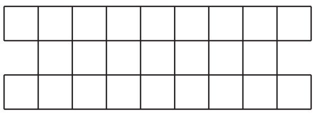
a) 

b) 

c) 

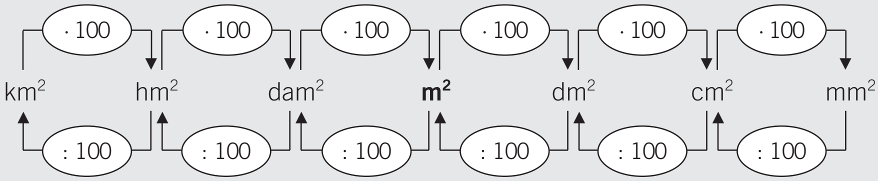
d) 

e) 

f) 

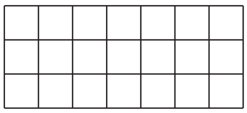
UNITATS DE SUPERFÍCIE

- El **metre quadrat** és la unitat princpial de superfície. S'escriu **m²**.
- Un metre quadrat és la superfície d'un quadrat d'1 m de costat.
- Els múltiples (unitats majors) del m^2 són: dam^2, hm^2, km^2.
- Els submúltiples (unitats menors) del m^2 són: dm^2, cm^2, mm^2.
- Per transformar una unitat de superfície en una altra es multiplica o es divideix per 100.

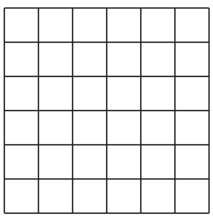


- Per expressar superfícies de figures geomètriques, utilitzarem principalment el decímetre quadrat (dm^2), el centímetre quadrat (cm^2) i el metre quadrat (m^2).

9 **Dibuixa un rectangle de 7 cm de llarg i 3 cm d'ample. Traça quadrícules d'1 cm de costat. Fixa't en la figura adjunta. Quantes unitats quadrades d'1 cm conté? Expressa-ho en cm^2.**



10 **Dibuixa un quadrat de 6 cm de costat. Traça quadrícules d'1 cm de costat. Fixa't en la figura adjunta. Quantes unitats quadrades d'1 cm conté? Expressa-ho en cm^2.**



CALCULAR PERÍMETRES DE POLÍGONS. LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA

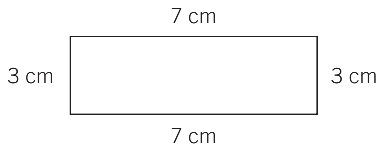
NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

PERÍMETRE D'UN POLÍGON

- El **perímetre** d'un polígon és la mesura del seu contorn.
- Per calcular el perímetre se'n sumen tots els costats.
- El perímetre és una mesura de longitud.

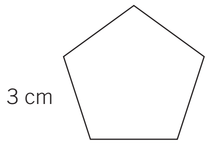
EXEMPLE

Troba el perímetre d'un rectangle de costats 7 cm i 3 cm.



$P = 7\text{ cm} + 3\text{ cm} + 7\text{ cm} + 3\text{ cm} = 20\text{ cm}$

Calcula el perímetre d'un pentàgon regular de 3 cm de costat.



$P = 3\text{ cm} \cdot 5 = 15\text{ cm}$

1 **Calcula el perímetre del tauler del teu pupitre. Fes-ne un dibuix significatiu i empra l'instrument i la unitat de mesura adequats.**

2 **Troba el perímetre de les figures següents i fes-ne un dibuix:**

a) Un triangle equilàter de 5 cm de costat.
b) Un quadrat de 5 cm de costat.
c) Un rectangle de 10 cm i 4 cm de costat.
d) Un pentàgon de 4,5 cm de costat.

3 **Determina el perímetre de les figures següents i fes-ne un dibuix:**

a) Un romboide de 5 cm i 2,5 cm de costats.
b) Un hexàgon regular de 6 cm de costat.
c) Un decàgon regular de 3 cm de costat.
d) Un trapezi de costats 7 cm, 6 cm, 5 cm i 4 cm.

4 **La banda i el fons d'un camp de futbol fan 100 m i 70 m, respectivament. Si en volem pintar la longitud, quants metres de línia blanca pintarem? Fes-ne un dibuix.**

5 **Un pastor vol construir un tancat per a les seves ovelles amb forma d'hexàgon regular. Si fa servir 7,2 dam de tanca, quants metres mesurarà cada costat del tancat? Fes-ne un dibuix.**

6 **El perímetre d'un polígon regular és de 77 cm. Si cada costat mesura 11 cm, quin tipus de polígon és? Fes-ne un dibuix.**

RELACIÓ ENTRE LA CIRCUMFERÈNCIA I EL SEU DIÀMETRE

Imagina que mesurem a classe els objectes següents:

	CONTORN (Longitud de la circumferència)	DIÀMETRE	QUOCIENT DEL CONTORN I EL DIÀMETRE
Rellotge	78,5 cm	25 cm	3,14
Paperera	157 cm	50 cm	3,14
Portallapis	23,55 cm	7,5 cm	3,14

Observem que:

- En dividir la longitud de la circumferència entre el diàmetre, s'obté sempre el mateix nombre: 3,14.

  78,5 : 25 = 3,14   157 : 50 = 3,14   23,55 : 7,5 = 3,14

- 3,14 és el nombre π i es llegeix «pi».

$$\frac{\text{longitud de la circumferència}}{\text{diàmetre}} = \pi \qquad \frac{L}{d} = \pi$$

7 **Completa la taula següent:**

	LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA	DIÀMETRE	LONGITUD ENTRE EL DIÀMETRE
Paella	55 cm	17,5 cm	
Cèrcol de gimnàstica	226 cm	72 cm	
Ronda	168,5 cm	53,5 cm	
Rotonda	204 m	65 m	

8 **Localitza objectes circulars a la teva aula. Mesura la vora de la circumferència i completa aquesta taula:**

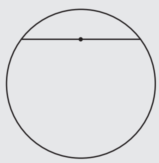
	LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA	DIÀMETRE	LONGITUD ENTRE EL DIÀMETRE

LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA

En els exemples anteriors també s'observa que:

- La longitud del contorn de la circumferència és una mica més gran que el triple del diàmetre: 3,14 vegades.

  $78,5 = 3,14 \cdot 25$ $157 = 3,14 \cdot 50$ $23,55 = 3,14 \cdot 7,5$



- De $\frac{L}{d} = \pi$, s'obté que $L = d \cdot \pi$.
- El diàmetre d'una circumferència és la suma de dos radis: $d = 2r$.
- Per tant, la longitud de la circumferència és: $L = d \cdot \pi \rightarrow L = 2 \cdot r \cdot \pi$.

9 **Completa la taula següent:**

LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA	DIÀMETRE
	15 cm
	35 cm
	0,25 cm
	7 m

$L = d \cdot \pi$

10 **Completa la taula següent:**

LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA	RADI
	5 cm
	50 cm
	0,15 cm
	4 m

$L = 2 \cdot r \cdot \pi$

11 **Quina és la longitud d'una circumferència de diàmetre 5 cm?**
Fes-ne un dibuix representatiu.

12 **La roda de la bicicleta d'en Lluís té un diàmetre de 44 cm.**

a) Quina distància recorre la bicicleta cada vegada que la roda fa una volta?
b) I si fa tres voltes?
c) Determina quantes voltes farà la bicicleta en 10 m.

13 **Calcula el radi d'una circumferència de 80 cm de longitud. Recorda que $L = 2 \cdot r \cdot \pi$.**

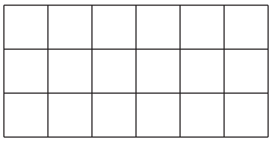
CALCULAR L'ÀREA DELS POLÍGONS PRINCIPALS

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

CONCEPTE DE ÀREA

L'**àrea d'un polígon** és la mesura de la seva superfície.

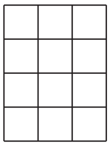
EXEMPLE

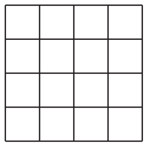


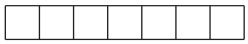
- La superfície de la figura són 18 unitats quadrades.
- Si cada quadrat té 1 cm de costat, podem mesurar la superfície de la figura, en aquest cas un rectangle.
- Es diu llavors que el rectangle té una àrea de 18 cm^2.

1 **Calcula l'àrea de les figures, agafant com a unitat un quadrat que té 1 cm de costat.**

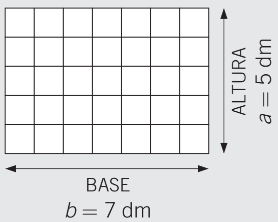
a) 

b) 

c) 

d) 

ÀREA DEL RECTANGLE

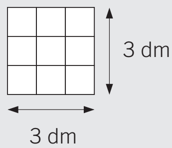


El rectangle té 35 quadrats d'1 dm^2.

- Són 7 columnes i 5 files.
- Per trobar l'àrea del rectangle, se'n multiplica la longitud de la base per la longitud de l'altura.

$A =$ base · altura $= b \cdot a = 7$ dm · 5 dm $= 35$ dm^2

ÀREA DEL QUADRAT



El quadrat té 6 quadrats d'1 dm^2.

- Són 3 columnes i 3 files.
- Per trobar l'àrea del quadrat, se'n multiplica la longitud d'un costat per la longitud de l'altre costat.

$A =$ costat · costat $= c \cdot c = 3$ dm · 3 dm $= 9$ dm^2

2 **Calcula l'àrea d'aquests rectangles i fes-ne un dibuix representatiu:**

a) Base = 7 cm, altura = 3 cm

b) Base = 9 cm, altura = 4 cm

3 **Calcula l'àrea d'aquests quadrats i fes-ne un dibuix representatiu:**

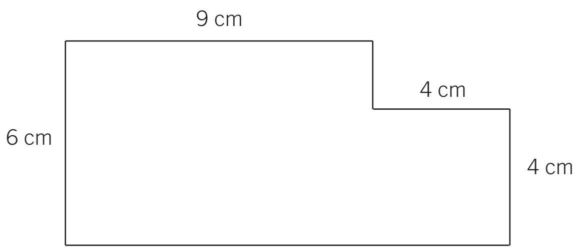
a) costat = 5 cm

b) costat = 4 cm

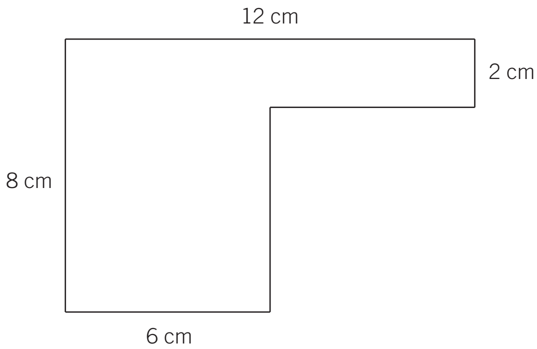
4 **Dibuixa un rectangle que tingui 24 cm^2 d'àrea.**

5 **Calcula l'àrea de les figures següents:**

a)

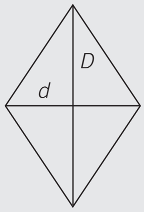


b)



PROPOSTES PER A L'ADAPTACIÓ CURRICULAR

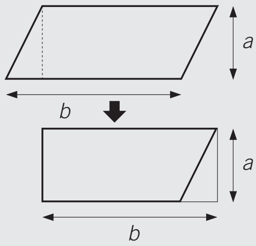
ÀREA DEL ROMBE



- L'àrea del rectangle és el producte de la base i l'altura ($D \cdot d$). El rombe ocupa la meitat de la superfície del rectangle.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

ÀREA DEL ROMBOIDE



- Podem transformar el romboide en un rectangle.

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a$$

6 **Troba l'àrea dels rombes següents:**

a) diagonal major = 12 cm
diagonal menor = 6 cm

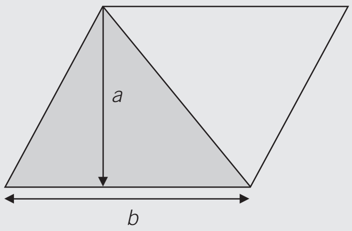
b) diagonal major = 15 cm
diagonal menor = 7 cm

7 **Calcula l'àrea d'un romboide de 7 cm de base i 3 cm d'altura. Fes-ne un dibuix representatiu.**

8 **Dibuixa un rectangle de 6 cm de base i 3 cm d'altura.**

a) Troba'n l'àrea.
b) Traça les mitjanes de cada costat i dibuixa'n les diagonals.
c) Troba l'àrea del rombe.

ÀREA DEL TRIANGLE

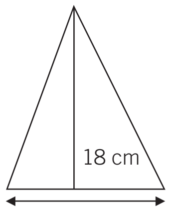


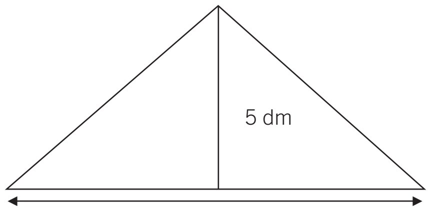
- En traçar la diagonal del romboide, aquest queda dividit en dos triangles.
- Els dos triangles ocupen la mateixa superfície.

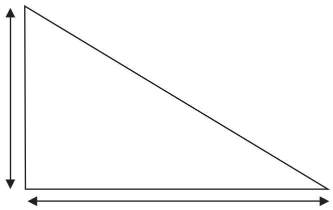
$$\text{Àrea del triangle} = \frac{\text{àrea del romboide}}{2} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

9 **Calcula l'àrea dels triangles següents:**

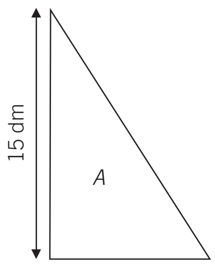




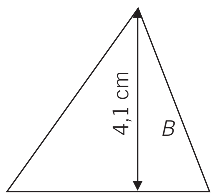


10 **Determina l'àrea dels triangles següents:**

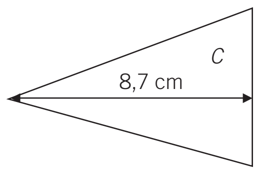
a)



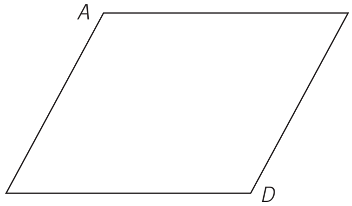
b)



c)



11 **Observa la figura següent:**



a) Quina figura és?

b) La base mesura 7 cm i l'altura, 4 cm. Anomena-les.

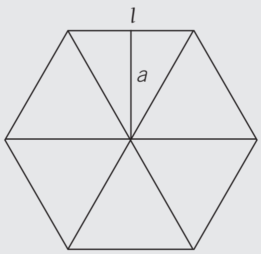
c) Calcula l'àrea de la figura.

d) Traça la diagonal AD. Quines figures s'han format?

e) Troba l'àrea de les figures de l'apartat anterior.

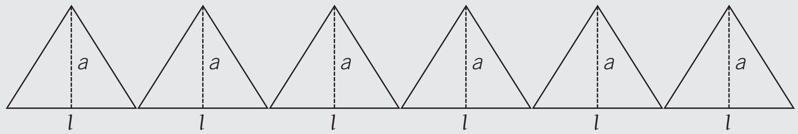
ÀREA DEL POLÍGON REGULAR

Observa l'hexàgon regular següent, que té 6 costats iguals:



- L'hexàgon es descompon en 6 triangles iguals, l'altura dels quals és l'apotema.

$$\text{Àrea de cada triangle} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{\text{costat} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{c \cdot a}{2}$$

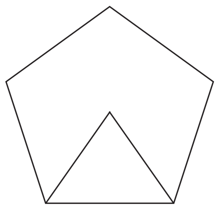


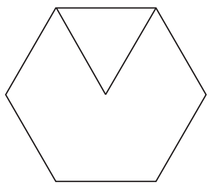
- $\text{Àrea dels 6 triangles} = \dfrac{6 \cdot c \cdot a}{2} = \dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$

$6 \cdot c =$ perímetre de l'hexàgon (suma dels seus costats)

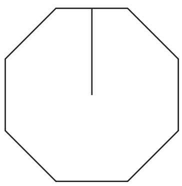
$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

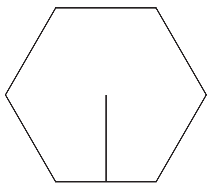
12 **Calcula l'àrea dels polígons següents:**

a)  àrea del triangle = 15 cm^2

b)  àrea del triangle = 12 cm^2

13 **Troba l'àrea de les figures.**

a)  apotema = 2,4 cm costat de l'octògon = 2 cm

b)  apotema = 2,6 cm costat de l'hexàgon = 3 cm

